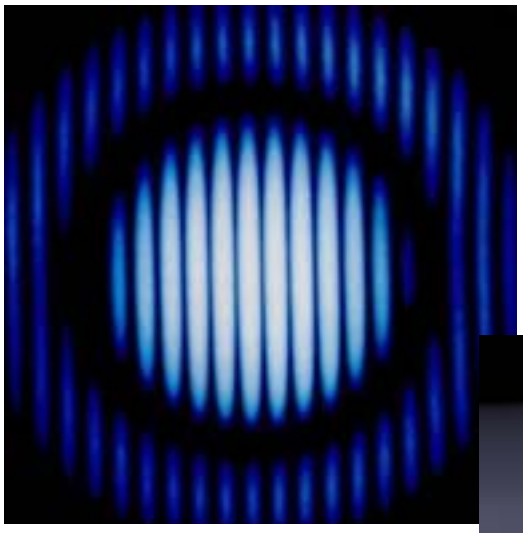
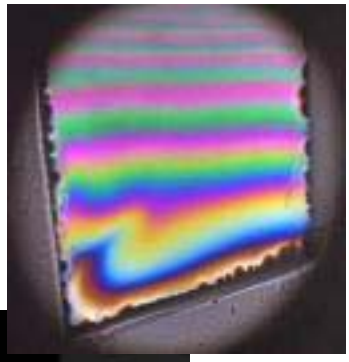
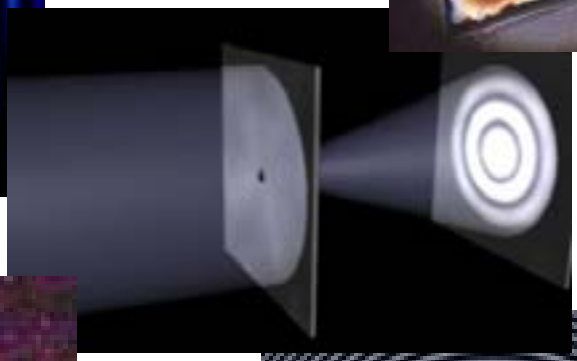
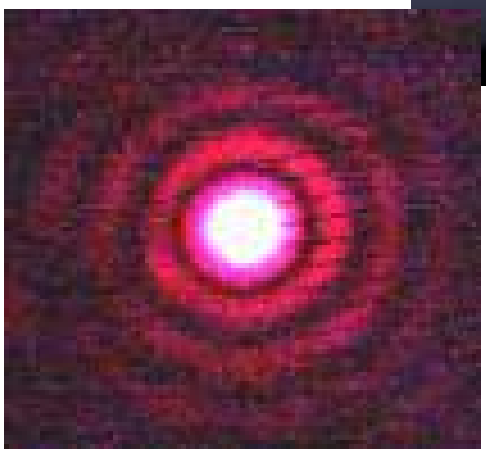
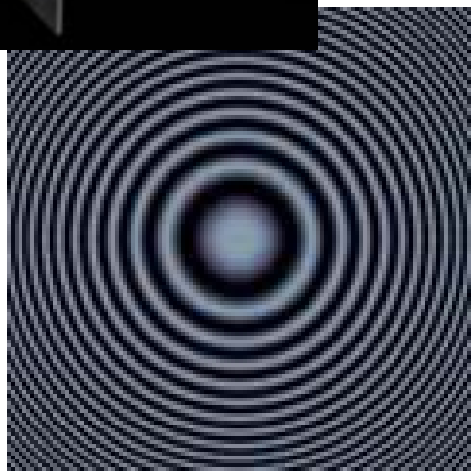
Mesures Physiques - S2

Optique Ondulatoire

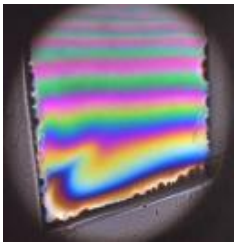
Julien LAURAT
Institut d'Optique
julien.laurat@iota.u-psud.fr

Table des matières

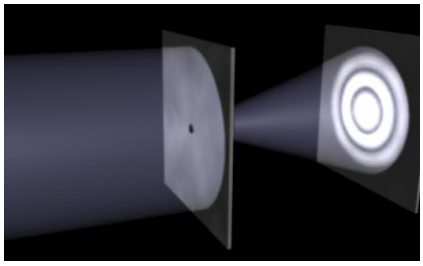
INTRODUCTION 2
CH. 1 - GENERALITES DES PHENOMENES ONDULATOIRES 4
A. Grandeur qui oscille et oscillation sinusoïdale au cours du temps 4
B. Propagation d'une onde : onde progressive et expression de la phase φ 5
C. Notation réelle et notation complexe 7
CH. 2 - LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES ET LA LUMIERE 8
A. Le cas des ondes électromagnétiques : ondes vectorielles transversales 8
B. Spectre électromagnétique 8
C. Calcul d'une phase 9
CH. 3 - SUPERPOSITION DE DEUX ONDES 11
A. Amplitude et Intensité lumineuse 11
B. Superposition de deux ondes monochromatiques 12
C. Exploitation de la « formule clé» pour des ondes d'intensités égales 14
D. Un premier exemple d'interféromètre : un Mach-Zehnder fibré 15
E. Un interféromètre « historique » : les fentes de Young 16
CH. 4 - LAME A FACES PARALLELES OU NON-PARALLELES 19
A. Réflexion et transmission d'une onde sur une interface 19
B. Effet d'une lame à faces parallèles sur une onde incidente 20
C. Calcul de la différence de marche des ondes réfléchies ou transmises 21
D. Le cas particulier de l'incidence normale 21
E. Anneaux d'Haidinger ou franges d'égale inclinaison 23
F. Lames à faces non-parallèles : franges d'égale épaisseur 24
CH. 5 – INTERFEROMETRE DE MICHELSON 26
A. Description de l'interféromètre 26
B. Franges d'égale inclinaison 27
C. Franges d'égale épaisseur 28
CH. 6 – COHERENCE TEMPORELLE ET SPATIALE 29
A. Rappel sur les interférences à deux ondes 29
B. Cohérence temporelle 29
C. Exemples d'interférences en lumière polychromatique 32
D. Cohérence spatiale 34
CH. 7 – INTERFERENCES A ONDES MULTIPLES 36
A. Premier exemple : Interférences à 3 ondes 36
B. Lame à faces parallèles avec traitement réfléchissant : Fabry-Perot 37
C. Utilisation du Fabry-Perot comme spectromètre 41
CH. 8 – DIFFRACTION 43
A. Le phénomène de diffraction 43
B. Principe de Huygens-Fresnel 44
C. Diffraction par une pupille 44
D. Diffraction et Formation des images en optique instrumentale 48
CH. 9 – RETOUR SUR L'EXEMPLE « FIL DIRECTEUR » 51
A. Rappel du « fil directeur » 51
B. Calcul de la figure de diffraction 51

INTRODUCTION

La première partie du cours d'optique s'est intéressée à la propagation de la lumière lorsqu'elle rencontre sur son trajet dioptres, lentilles ou miroirs. Cette approche permet de prédire la formation des images dans les instruments d'optique tels qu'appareils photographiques, microscopes, télescopes et autres systèmes. Cette partie du cours s'est ainsi attachée au domaine de l'**optique dite « géométrique »** qui s'appuie sur le modèle des rayons lumineux.



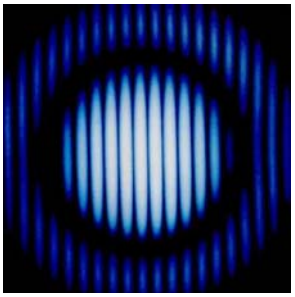
De nombreux phénomènes échappent à cette description : la superposition de deux faisceaux brillants peut donner de l'obscurité, la surface d'une flaque d'huile ou d'une bulle de savon fait apparaître une multitude de couleurs ou encore la lumière est éparpillée lorsqu'elle passe à travers un petit trou. Ces propriétés de la lumière, qui sont parfois des inconvénients en optique instrumentale, sont aujourd'hui largement exploitées et se retrouvent dans des applications au quotidien. Les lecteurs CD et DVD n'en sont qu'un exemple. On pourrait citer également les hologrammes aux applications multiples, médicales ou industrielles, la mesure très précise de petits déplacements ou encore les télécommunications optiques. La compréhension et la prédiction de ces phénomènes constituent le domaine de l'**optique « ondulatoire »**, celui des ondes. C'est le sujet de ce cours qui s'attache à fournir les outils nécessaires à cette description et à en détailler les conséquences. Un troisième modèle serait celui de l'optique « corpusculaire » où la lumière est représentée par un flot de « grains » de lumière appelés photons. Ce modèle ne sera pas considéré ici.



Ce cours s'organise en 9 chapitres. Les 5 premiers introduisent les ondes, en particulier les ondes électromagnétiques, puis s'attachent à décrire le phénomène d'interférence à 2 ondes. Différents exemples d'interféromètre sont alors décrits : Mach-Zehnder, fentes de Young, lame à faces parallèles ou non parallèles, interféromètre de Michelson. A l'issue de ces premiers exemples, les notions de cohérence spatiale et temporelle sont détaillées. L'avant dernier chapitre s'intéresse non plus aux interférences à 2 ondes mais à un grand nombre d'ondes. Ce cours se termine par l'étude du phénomène de diffraction et la description des réseaux.

UNE PREMIERE EXPERIENCE COMME « FIL ROUGE » DU COURS

Considérons tout d'abord l'expérience suivante. On découpe dans une feuille de canson noir un petit rectangle de 2x1cm. Deux trous sont percés à l'aide d'une seringue dont le diamètre est de l'ordre de 4 dixièmes de millimètre. L'écart entre les trous est de l'ordre du millimètre. Une source lumineuse (une lampe à vapeur de mercure par exemple, ou bien une petite ampoule halogène d'une lampe de bureau dont le réflecteur a été retiré) est placée à 6 ou 7 mètres.



- En plaçant le carton juste devant votre œil et en visant la source à travers la paire de trous, une figure similaire à celle représentée ci-contre devrait alors apparaître: vous ne distinguez pas la source mais, en revanche, des franges alternativement sombres et brillantes apparaissent modulées par une figure en anneaux. Si la distance entre les trous est augmentée, les franges observées se resserrent. La figure observée peut être plus ou moins colorée suivant la source utilisée.

- Si vous observez à travers un trou unique, la figure est modifiée : seul les anneaux apparaissent, les franges ne sont plus présentes.

- En approchant de la source, les franges se brouillent progressivement et la source devient finalement visible.

Ce cours a pour but d'expliquer ces différentes observations que l'optique géométrique ne permet pas d'appréhender. Elles se résument en deux expressions clés qui ponctueront ce cours : les franges sont dites **« franges d'interférence »** et sont ici modulées par la **« figure de diffraction »** d'un trou. Cet exemple sera le fil directeur du cours. Les premières parties permettront de comprendre l'origine des franges alors que la dernière partie étudiera le phénomène de diffraction.

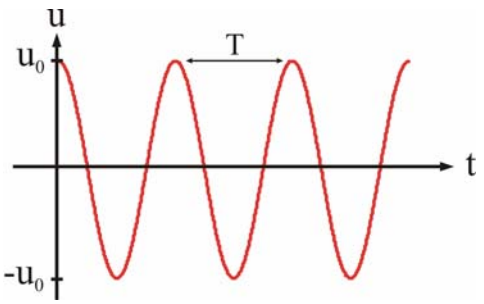
CH. 1 - GENERALITES DES PHENOMENES ONDULATOIRES

De manière générale, un phénomène ondulatoire se définit comme une modification locale qui se propage de proche en proche. L'exemple le plus commun est celui d'une vague sur la mer. Cependant, la physique ondulatoire est un domaine très large : ondes sonores, ondes mécaniques, ondes électromagnétiques. Les analogies sont très fortes et une vision d'ensemble s'impose. Cette section a pour objectif de fournir les outils généraux nécessaires à la **description d'une onde**.

A. Grandeur qui oscille et oscillation sinusoïdale au cours du temps

La **grandeur qui oscille** peut être de nature très diverse. Il peut s'agir de la hauteur de l'eau dans le cas d'une vague, de la pression de l'air dans le cas du son ou encore de l'amplitude du champ électrique dans le cas des ondes électromagnétiques. Selon la nature de cette grandeur oscillante, l'onde sera dite scalaire ou vectorielle. Alors que les ondes mécaniques ou le son sont des ondes scalaires, les ondes électromagnétiques sont des ondes vectorielles.

Notons u la grandeur oscillante, quelle que soit la nature, scalaire ou vectorielle, de cette grandeur (hauteur, pression, norme d'un vecteur…). Cette grandeur peut varier périodiquement ou non. Seul le cas périodique nous intéresse ici. De plus, il est possible de montrer que toute variation non périodique peut s'écrire sous forme d'une somme de variations périodiques (voir cours sur la transformée de Fourier).



$$\boxed{u = u_0 \cos(\omega t - \varphi)}$$

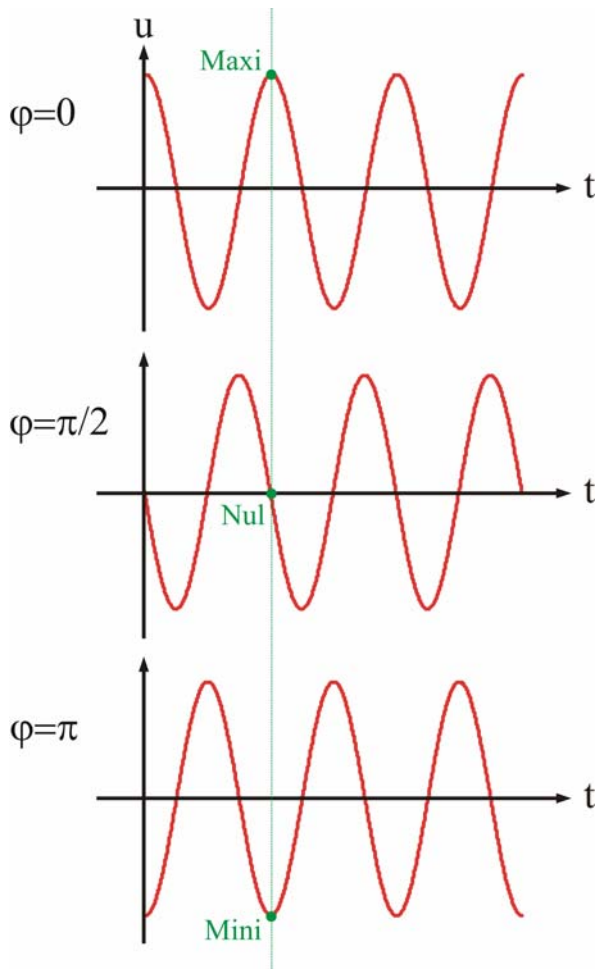
où u_0 est l'amplitude de l'onde, ω sa pulsation (en radians par seconde) et φ sa phase.

La grandeur u est une fonction périodique du temps : un bouchon posé à la surface de la mer voit au cours du temps sa hauteur varier périodiquement. On définit les relations suivantes entre pulsation ω (rad/s), fréquence ν (Hz) et période T (s) :

$$\boxed{\omega = 2\pi\nu} \quad \text{et} \quad \boxed{T = 1/\nu}$$

La variable u peut donc s'écrire sous trois formes différentes suivant la grandeur choisie pour exprimer sa périodicité. Ces trois notations sont bien sûr équivalentes.

$$\boxed{u = u_0 \cos(\omega t - \varphi) = u_0 \cos(2\pi\nu t - \varphi) = u_0 \cos(2\pi(t/T) - \varphi)}$$



La grandeur u est tracée ci-contre en fonction du temps pour différentes phases φ. La phase indique la position du premier maximum par rapport à l'origine des temps. Une phase différente se traduit ainsi par une simple translation horizontale du tracé.

Entre le premier et le second tracé, la différence de phase vaut $\pi/2$. Les ondes sont dites en quadrature. Entre le premier et le dernier tracé, la différence de phase vaut π. Les ondes sont dites en opposition de phase : le maximum de l'une et le minimum de l'autre sont atteints simultanément. Si la différence de phase est nulle, les ondes sont dites tout simplement en phase.

B. Propagation d'une onde : onde progressive et expression de la phase φ

Jusqu'à présent, la phase φ de la grandeur oscillante n'a pas été explicitée. Nous allons maintenant considérer le cas d'une onde se propageant dans un espace à 3 dimensions : c'est cette propagation qui va permettre d'expliciter la phase. Une telle onde est dite onde plane progressive. La variable u s'écrira alors sous la forme :

$$\boxed{u = u_0 \cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}$$

u_0 est l'amplitude de l'onde, $\vec{r}$ un vecteur définissant un point de l'espace (de coordonnées x, y et z) et $\vec{k}$ le vecteur d'onde. Le vecteur d'onde donne la direction de propagation de l'onde. Sa norme est égale à :

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

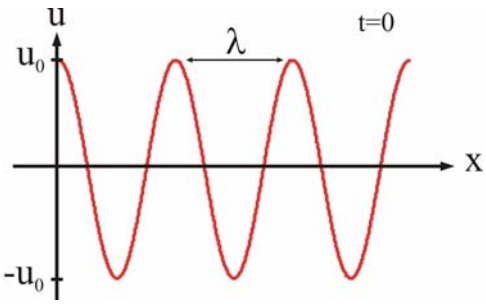
où λ est appelée longueur d'onde. λ est égale à la distance parcourue par l'onde en une période T. Si l'on note V la vitesse de l'onde dans le milieu,

$$\boxed{\lambda = VT = \frac{V}{\nu}}$$

Afin d'interpréter plus aisèment cette expression, considérons le cas d'une propagation suivant un axe (Ox). Le vecteur d'onde $\vec{k}$ se réduit alors à $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e}_x$ et u s'écrit :

$$\boxed{u = u_0 \cos(\omega t - kx)}$$

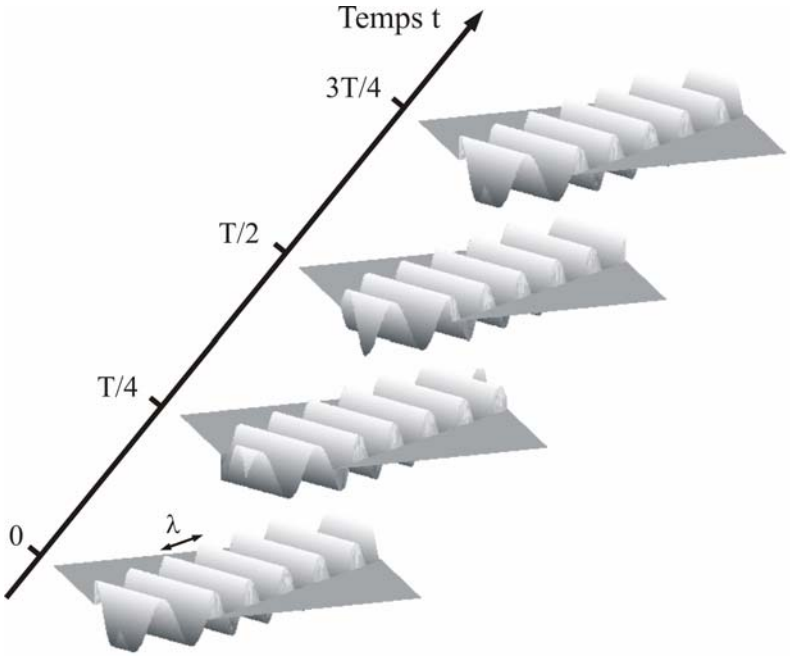
Ecrivons cette expression sous une forme différente. En remplaçant k par son expression,



$$\boxed{u = u_0 \cos(2\pi(t/T) - 2\pi(x/\lambda))}$$

Cette forme fait apparaître explicitement que la longueur d'onde joue le même rôle pour les distances que la période pour les temps. En d'autres termes, la longueur d'onde est la « période spatiale ». La figure ci-contre donne les variations de u en fonction de la distance x, à t fixé.

Ainsi une onde a une double périodicité : temporelle donnée par la période T et spatiale donnée par la longueur d'onde λ. La figure ci-contre donne la propagation d'une onde plane. Il faut imaginer que ces figures sont des « photos» successives de l'onde se propageant. L'image de la vague est là encore bien adaptée pour se représenter le phénomène : la différence d'une onde à une autre porte sur la nature de la grandeur oscillante.



On appelle **front d'onde** à un instant t l'ensemble des points atteints par l'onde à cet instant t. On peut montrer qu'un front d'onde est ainsi une **surface équiphase** : tous les points d'un front d'onde ont même phase. En d'autres termes, c'est aussi l'ensemble des points de même chemin optique. Un théorème important est le théorème de Malus : les rayons lumineux sont perpendiculaires aux fronts d'onde en leurs points d'intersection. L'exemple précédent d'un vecteur d'onde dirigé suivant (Ox) donne une surface d'onde défini par $kx = cte$, donc $x = cte$. Ce sont donc des plans perpendiculaires à la direction de propagation : on parle d'**onde plane**. C'est un cas particulier. Prenons un autre exemple : une source ponctuelle émet de la lumière dans toutes les directions. Les fronts d'onde sont alors des sphères concentriques centrées sur la source : on parle d'**onde sphérique**.

C. Notation réelle et notation complexe

Jusqu'à présent, les ondes ont été écrites en notation dite « réelle ». :

$$\boxed{u = u_0 \cos(\omega t - \varphi)}$$

Afin d'éviter de manipuler des formes trigonométriques pas toujours très simples, on utilise très souvent une notation dite « complexe ».

$$\boxed{u = \mathrm{Re}(\underline{u})} \quad \text{avec} \quad \boxed{\underline{u} = u_0 \exp(-i(\omega t - \varphi))}$$

On introduit alors la grandeur $\underline{A}$ dite **amplitude complexe** de l'onde. L'expression précédente devient alors :

$$\boxed{\underline{u} = \underline{A}\exp(-i\omega t)} \quad \text{avec} \quad \boxed{\underline{A} = u_0 \exp(i\varphi)}$$

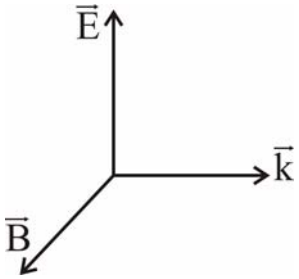
Cette notation permet de se libérer du terme qui dépend du temps : celui-ci est en effet le même pour toutes les ondes de même fréquence. En revanche, l'information portée par la phase est cruciale. L'amplitude complexe permet de se concentrer sur cette information.

Ce premier chapitre a permis de fournir les outils généraux utiles pour décrire une onde, quelle que soit la nature de la grandeur oscillante. Le chapitre suivant s'intéresse plus particulièrement aux ondes électromagnétiques.

CH. 2 - LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES ET LA LUMIERE

A. Le cas des ondes électromagnétiques : ondes vectorielles transversales

Les ondes électromagnétiques correspondent à la propagation d'**un champ électrique** $\vec{E}$ **et d'un champ magnétique** $\vec{B}$, tous deux fonctions du temps et de l'espace. Ces deux champs sont **orthogonaux** entre eux et avec le vecteur d'onde : ces trois vecteurs forment ainsi un trièdre direct. Les systèmes de détection des ondes lumineuses n'étant sensibles qu'au champ électrique, seul ce dernier sera considéré ici.



Une onde électromagnétique est ainsi une **« onde vectorielle transversale »** : « vectorielle » car la grandeur oscillante est l'amplitude du champ électrique et « transversale » car ce champ est perpendiculaire à la direction de propagation. Ce cours ne prendra pas en compte cette nature vectorielle : c'est le sujet du cours de deuxième année qui traite de la notion de polarisation, c'est-à-dire de la direction du champ électrique et des conséquences que cela peut avoir sur la propagation de la lumière. Désormais, les champs électriques des ondes considérées seront toujours supposés parallèles. Une **notation scalaire**, celle présentée jusqu'à présent, sera donc suffisante. On notera :

$$\boxed{E = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}$$

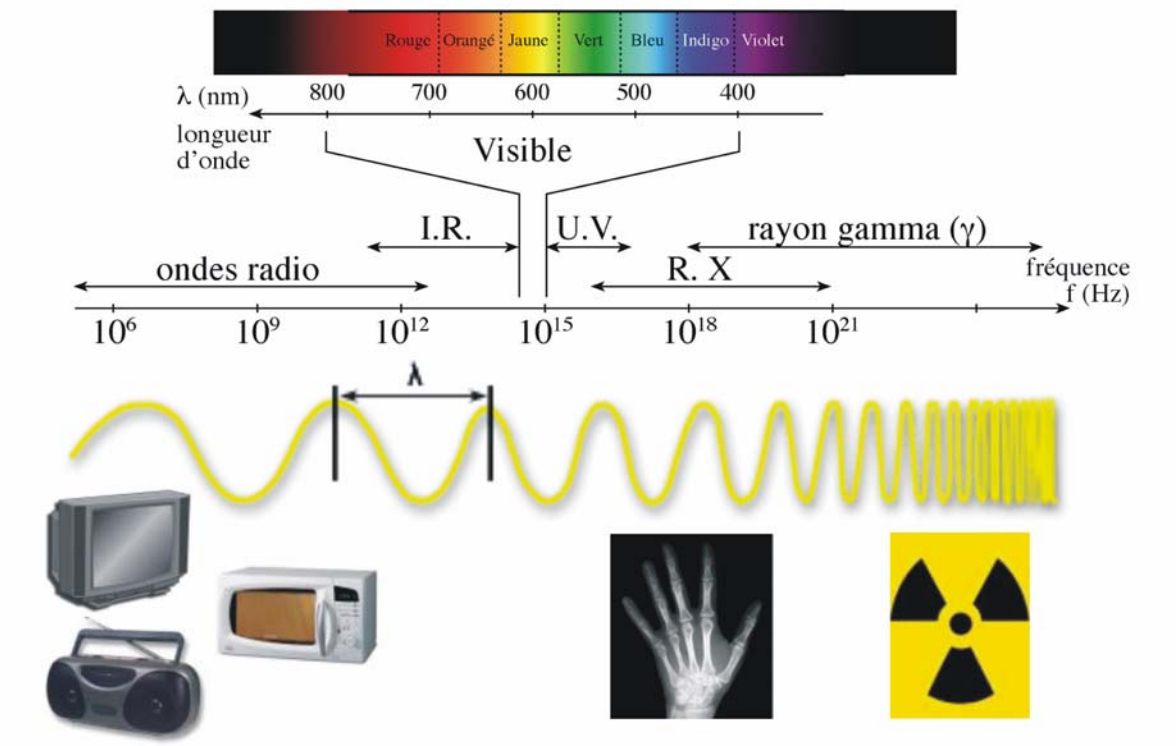
B. Spectre électromagnétique

Comme nous venons de le voir, une onde électromagnétique peut se caractériser par sa **fréquence** ou, de manière équivalente, par sa longueur d'onde dans le vide. On appelle « spectre électromagnétique » l'ensemble de toutes les fréquences. Suivant la fréquence, des noms différents sont employés pour désigner l'onde électromagnétique: ondes radio, lumière visible, rayons X. Il faut cependant garder à l'esprit que tous ces noms désignent le même phénomène ondulatoire : seule la fréquence est différente. La figure ci-contre résume ces différentes appellations et donnent des exemples où ces ondes sont mises à profit. Le spectre est gradué en fréquence et l'évolution de la longueur d'onde est également symbolisée.

Les plus basses fréquences sont appelées ondes radio. Elles sont produites par exemple par les antennes et sont mises à profit pour la télévision, la radio, les téléphones portables ou encore le wifi. Vous retrouvez par exemple les fréquences typiques de vos stations de radio préférées, autour de 100 MHz. Les micro-ondes ont une fréquence un peu plus élevée. Aux fréquences beaucoup plus grandes, se situent les rayons X et rayons gamma qui sont très énergétiques et donc très pénétrants. Les rayons X sont ainsi employés en radiographie. Les rayons gamma sont quant à eux essentiellement produits par les réactions nucléaires.

La **lumière visible** occupe une bande très étroite dans le spectre : elle s'étend en longueur d'onde **entre 400 et 800 nm**, ce qui correspond à des fréquences centrées autour de 10^{15} Hz environ. Cette fréquence est très élevée comparée par exemple aux fréquences usuelles que vous connaissez en électronique (MHz ou GHz éventuellement). Cette

caractéristique jouera un rôle fondamental dans la compréhension des phénomènes observés avec la lumière.



C. Calcul d'une phase

Nous avons défini précédemment le vecteur d'onde $\vec{k}$ de norme $k = 2\pi / \lambda$ et la longueur d'onde λ qui est la distance parcourue par la lumière en une période : $\lambda = VT$.

La vitesse V de propagation dans le milieu dépend de l'indice de réfraction n du milieu. On définit en effet l'indice par la relation suivante où c est la vitesse (ou célérité) de la lumière dans le vide :

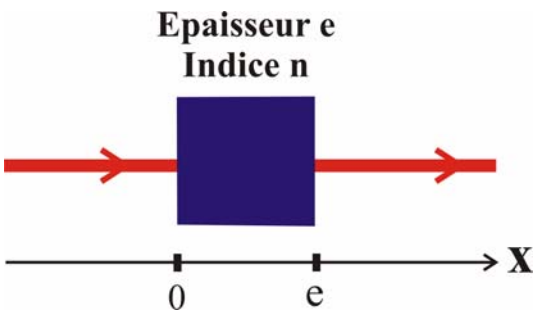
$$\boxed{V = \frac{c}{n}}$$

L'indice n est toujours supérieur ou égale à 1 : la vitesse de la lumière est toujours inférieure ou égale à la vitesse dans le vide. Comme $\lambda = VT$, la longueur d'onde dépend donc également de l'indice n. La longueur d'onde s'écrit alors :

dans le vide $\boxed{\lambda_0 = cT = \frac{c}{\nu}}$ et dans un milieu d'indice n $\boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n}}$

Donnons un **exemple de calcul de phase**. Ce type de calcul est fondamental et se retrouvera tout au long de ce cours puisque l'information cruciale est portée, comme souligné précédemment, par la phase. On considère une onde se propageant dans l'air puis qui traverse

un morceau de verre d'épaisseur e et indice n. On choisit l'origine des phases à l'entrée du morceau de verre ($x = 0$). Ce choix d'origine est bien sûr arbitraire. *Comment s'écrit l'onde en $x = 0$ et en $x = e$?*



En $x = 0$, l'onde s'écrit : $E = E_0 \cos(\omega t)$. La phase φ est nulle car l'origine des phases a été arbitrairement choisie en ce point.

En $x = e$, l'onde a traversé un milieu d'épaisseur et d'indice n. On a alors : $E = E_0 \cos(\omega t - ke)$. La norme du vecteur d'onde k s'écrit : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ où λ est la longueur d'onde dans le milieu. Avec λ_0 la longueur d'onde dans le vide, $k = \frac{2\pi}{\lambda_0} n$. On peut donc écrire l'onde sous la forme : $E = E_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} ne)$. Cette écriture fait apparaître le **« chemin optique »** ne.

Le chemin optique est une notion très importante et qui simplifie les raisonnements. Noté δ, il est défini comme le produit de la distance géométrique parcourue par l'indice de réfraction du milieu.

$$\boxed{\delta = ne}$$

La phase peut alors s'écrire de manière simple sous la forme :

$$\boxed{\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}}$$

La phase ne dépend ainsi que du chemin optique. Ainsi sur un trajet donné, il suffit d'**additionner les chemins optiques** pour exprimer la phase. Par exemple, si la lumière traverse une épaisseur e_1 d'indice n_1 puis une épaisseur e_2 d'indice n_2, le chemin optique s'écrira simplement $\delta = n_1 e_1 + n_2 e_2$ et la phase $\varphi = 2\pi(n_1 e_1 + n_2 e_2)/\lambda_0$

Les deux premiers chapitres ont permis d'appréhender la nature ondulatoire de la lumière et a fourni les outils pratiques pour décrire sa propagation. Le chapitre suivant s'intéresse à la superposition de deux ondes. Que se passe-t-il quand deux ondes se croisent ?

CH. 3 - SUPERPOSITION DE DEUX ONDES

A. Amplitude et Intensité lumineuse

La lumière transporte de l'énergie. Celle-ci se manifeste par exemple par l'éclairement d'un écran qui reçoit cette lumière. L'intensité instantanée I est proportionnelle à l'amplitude carré du champ électrique :

$$\boxed{I(t) \propto E(t)^2}$$

Cette expression donne l'intensité à un instant t. Cependant, un phénomène physique s'observe par l'intermédiaire d'un appareil de détection: oreille, micro, oeil, détecteurs thermiques, photoélectriques... Donnons quelques exemples. La fonction de transfert de l'oreille humaine moyenne présente un gain de 30dB pour une fréquence de 1000 Hz. En deçà et au delà, le gain diminue : la plage fréquentielle des sons que l'on entend est relativement restreinte. De même, en raison de la persistance des impressions lumineuses, un éclairage intermittent de période inférieure à un temps critique de l'ordre du dixième de seconde donne la même impression pour l'oeil qu'un éclairage continu. Si le phénomène varie rapidement, l'oeil opère une moyenne. Les détecteurs de lumière (idéalement un photon est converti en un électron) les plus rapides permettent aujourd'hui de répondre à mieux que la fraction de nanoseconde, c'est-à-dire de suivre des phénomènes fluctuant à des fréquences de l'ordre de quelques centaines de GHz. C'est donc un résultat général et important: toute opération de détection induit un **moyennage temporel du phénomène observé**.

Bien sûr, le facteur temps ne peut être interprété que relativement à la fréquence du phénomène. La fréquence d'une onde sonore est de l'ordre de quelques kHz, celle d'une onde lumineuse de 10^{15} Hz. Il y a donc 13 ordres de grandeur qui les séparent. Il est relativement simple de suivre une fréquence sonore mais impossible aujourd'hui de suivre une fréquence optique.

Par conséquent, l'intensité lumineuse observée n'est pas la valeur instantanée mais la **valeur moyenne temporelle** de cette dernière. On notera ainsi l'intensité lumineuse observée I et cette grandeur s'exprimera sous la forme :

$$\boxed{I \propto \left\langle E(t)^2 \right\rangle_t}$$

où $\langle . \rangle_t$ correspond à la valeur moyenne temporelle.

La notation complexe permet de simplifier cette expression car le temps n'intervient plus dans l'amplitude complexe:

$$\boxed{I \propto \underline{A}\underline{A}^*}$$

B. Superposition de deux ondes monochromatiques

On pourrait s'attendre que la superposition de deux faisceaux de lumière sur un écran donne un éclairement deux fois plus important qu'en présence d'un seul faisceau. C'est le cas lorsque deux projecteurs par exemple sont dirigés sur une même scène. Cependant, il existe des situations où cela n'est plus le cas : l'intensité totale n'est pas la somme des intensités individuelles. On parle alors d'**interférence** : il est possible d'obtenir l'obscurité à partir de deux faisceaux brillants.

Pour mettre en évidence ce phénomène d'interférences, et expliciter les conditions dans lesquelles il peut se produire, on considère **deux ondes monochromatiques d'amplitude** E_{01} **et** E_{02}**, de pulsation** ω_1 **et** ω_2**, et de phases** φ_1 **et** φ_2. Ces deux ondes s'écrivent en notation réelle :

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega_1 t - \varphi_1) \quad \text{et} \quad E_2 = E_{02}\cos(\omega_2 t - \varphi_2)$$

L'onde résultante de la **superposition des deux ondes** est donnée par la somme des deux champs :

$$E = E_1 + E_2 = E_{01}\cos(\omega_1 t - \varphi_1) + E_{02}\cos(\omega_2 t - \varphi_2)$$

D'après la section précédente, l'intensité I aura pour expression :

$$I \propto \left\langle E^2 \right\rangle = \left\langle (E_1 + E_2)^2 \right\rangle = \left\langle \begin{array}{l} E_{01}^2\cos^2(\omega_1 t - \varphi_1) + E_{02}^2\cos^2(\omega_2 t - \varphi_2) \\ + 2E_{01}E_{02}\cos(\omega_1 t - \varphi_1)\cos(\omega_2 t - \varphi_2) \end{array} \right\rangle$$

ce qui peut s'écrire en développant le produit des deux cosinus,

$$I \propto \left\langle \begin{array}{l} E_{01}^2\cos^2(\omega_1 t - \varphi_1) + E_{02}^2\cos^2(\omega_2 t - \varphi_2) \\ + E_{01}E_{02}\big(\cos((\omega_1 - \omega_2)t - (\varphi_1 - \varphi_2)) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t - (\varphi_1 + \varphi_2))\big) \end{array} \right\rangle$$

Les termes en $\cos^2(\omega_1 t - \varphi_1)$ et $\cos^2(\omega_2 t - \varphi_2)$ varient très rapidement et ont pour valeur moyenne ½ alors que le terme $\cos((\omega_1 + \omega_2)t - (\varphi_1 + \varphi_2))$ varie également très rapidement (la somme des deux pulsations est également une fréquence très grande) mais vaut 0 car il n'est pas au carré. L'expression précédente se simplifie donc en :

$$I \propto \frac{1}{2}E_{01}^2 + \frac{1}{2}E_{02}^2 + E_{01}E_{02}\left\langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t - (\varphi_1 - \varphi_2)) \right\rangle$$

ou encore, en notant I_1 et I_2 les intensités des deux ondes prises indépendamment :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\left\langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t - (\varphi_1 - \varphi_2)) \right\rangle$$

L'intensité totale est donc égale à la somme des intensités de chaque onde plus un terme dit **« terme d'interférence »**. Deux cas se présentent alors :

- Les deux fréquences ne sont pas identiques : le terme varie rapidement et sa valeur moyenne est nulle. On a alors :

$$\boxed{I = I_1 + I_2}$$

- Les deux fréquences sont identiques : on dit que les ondes sont « synchrones ». Dans ce cas,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\left\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1)\right\rangle$$

Le terme d'interférence est non nul si la différence de phase $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ ne varie pas aléatoirement au cours du temps. Les ondes sont alors dites « cohérentes ». Si ces deux conditions sont vérifiées alors l'intensité résultante s'écrit :

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)}$$

Dans le **cas particulier où les intensités sont égales**, $I_1 = I_2 = I_0$, la formule précédente devient :

$$\boxed{I = 2I_0(1 + \cos(\Delta\varphi))}$$

Cette expression est la formule clé de ce cours. Deux ondes superposées, synchrones et cohérentes, peuvent donner une intensité qui n'est pas égale à la somme des intensités prises indépendamment : les ondes peuvent interférer. Notons également que les champs électriques ont été, et seront toujours dans ce cours, considérés parallèles. D'où la notation scalaire. Cependant, il faut garder à l'esprit que si les champs ne sont pas parallèles la formule est différente : dans le cas limite où ils sont orthogonaux, le terme d'interférence s'annule. Ce cas sera plus amplement détaillé en seconde année.

Ces formules peuvent se retrouver simplement **à l'aide de la notation complexe**. Considérons deux ondes synchrones :

$$\underline{A}_1 = E_{01}\exp(i\varphi_1) \quad \text{et} \quad \underline{A}_2 = E_{02}\exp(i\varphi_2)$$

L'amplitude totale est donnée par la somme des amplitudes :

$$\underline{A} = \underline{A}_1 + \underline{A}_2 = E_{01}\exp(i\varphi_1) + E_{02}\exp(i\varphi_2)$$

L'intensité s'exprime alors :

$$I \propto \underline{A}\underline{A}^* = (E_{01}\exp(i\varphi_1) + E_{02}\exp(i\varphi_2))(E_{01}\exp(-i\varphi_1) + E_{02}\exp(-i\varphi_2))$$

soit

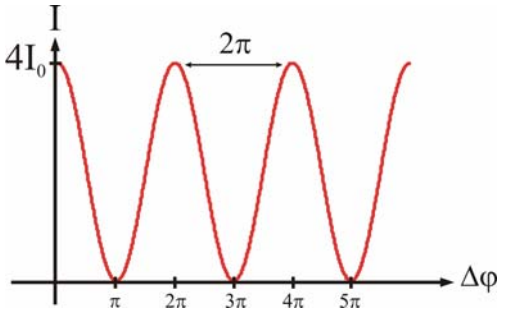
$$I \propto \underline{A}\underline{A}^* = E_{01}^2 + E_{02}^2 + E_{01}E_{02}(\exp(i(\varphi_1 - \varphi_2) + \exp(-i(\varphi_1 - \varphi_2))$$

On en déduit la formule générale trouvée précédemment :

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)}$$

C. Exploitation de la « formule clé» pour des ondes d'intensités égales

La figure ci-contre donne l'intensité I en fonction de la **différence de phase** lorsque les intensités des deux ondes qui interfèrent sont égales: $I = 2I_0(1+\cos(\Delta\varphi))$. L'intensité varie sinusoïdalement entre 0 et $4I_0$ avec la différence de phase. Lorsque l'intensité est minimale, l'interférence est dite destructive alors qu'elle dite constructive lorsque l'intensité est maximale. D'une interférence constructive à la suivante, la différence de phase varie de 2π.



- Interférence constructive : $\Delta\varphi = k.2\pi$
- Interférence destructive : $\Delta\varphi = (2k+1).\pi$

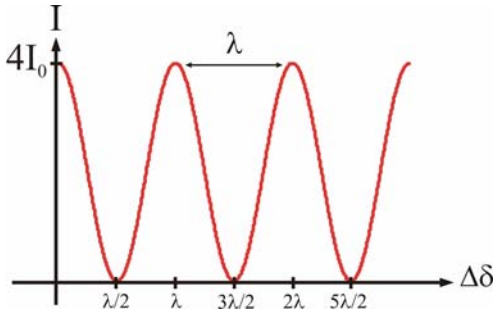
Cherchons à exprimer ces conditions sous des formes différentes. Pour cela, revenons sur l'expression de la phase φ. D'après la partie précédente, la phase peut s'exprimer en fonction du chemin optique parcouru :

$$\boxed{\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda_0}}$$

La différence de phase peut donc s'écrire sous la forme :

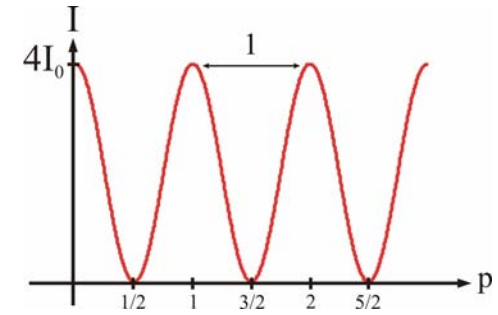
$$\boxed{\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta\delta}{\lambda_0}}$$

où $\Delta\delta$ est la **différence de chemin optique** parcourue par les deux ondes. On a donc :



- Interférence constructive : $\Delta\delta = k.\lambda_0$
- Interférence destructive : $\Delta\delta = \frac{(2k+1)}{2}.\lambda_0$

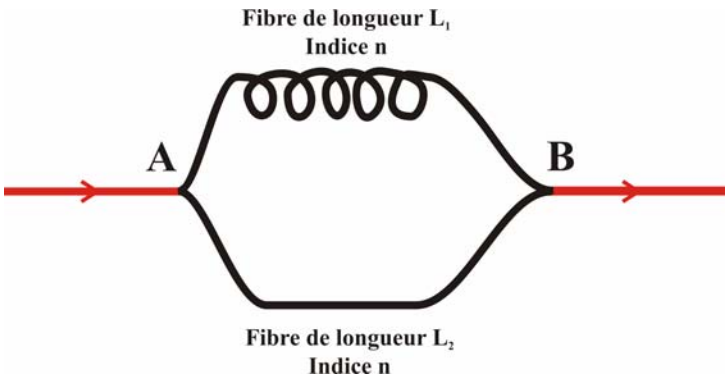
Une troisième manière d'exprimer ces résultats est souvent utilisé : **l'ordre d'interférence**. En effet, les écritures précédentes ont montré qu'il fallait comparer la différence de phase à 2π ou la différence de chemin optique à λ_0. L'ordre d'interférence permet une comparaison directe, indépendante de la grandeur considérée (phase ou chemin). Il se définit par :



$$p = \frac{\Delta\delta}{\lambda_0} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$$

- Interférence constructive. p est entier : $p = k$
- Interférence destructive. p est demi-entier : $p = (2k+1)/2$

D. Un premier exemple d'interféromètre : un Mach-Zehnder fibré



Considérons le dispositif ci-contre. Un faisceau laser est divisé en deux en A. Les deux faisceaux ainsi obtenus se propagent alors dans des fibres de même indice n mais de longueurs différentes L_1 et L_2. Quelle est l'intensité de la lumière mesurée en B ?

Pour répondre à cette question, cherchons à exprimer le déphasage des deux faisceaux qui se recombinent en B. Suivant le premier trajet, le chemin optique vaut nL_1 alors qu'il vaut nL_2 suivant le second trajet. La différence de chemin optique s'écrit donc :

$$\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2 = n(L_1 - L_2)$$

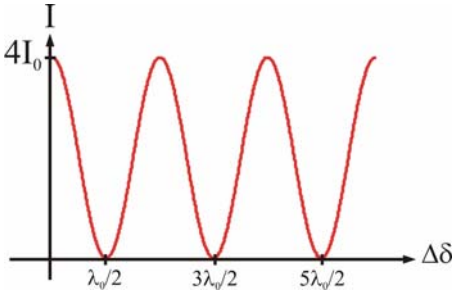
De cette expression, on peut également déduire la différence de phase des deux ondes lors de la recombinaison ou encore l'ordre d'interférence p :

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\frac{\Delta\delta}{\lambda_0} = 2\pi\frac{n(L_1 - L_2)}{\lambda_0} \qquad \text{et} \qquad p = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta\delta}{\lambda_0} = \frac{n(L_1 - L_2)}{\lambda_0}$$

L'intensité après recombinaison est donnée par la formule déterminée dans la section précédente :

$$I = 2I_0(1+\cos(2\pi\frac{\Delta\delta}{\lambda_0})) = 2I_0(1+\cos(\Delta\varphi)) = 2I_0(1+\cos(2\pi p))$$

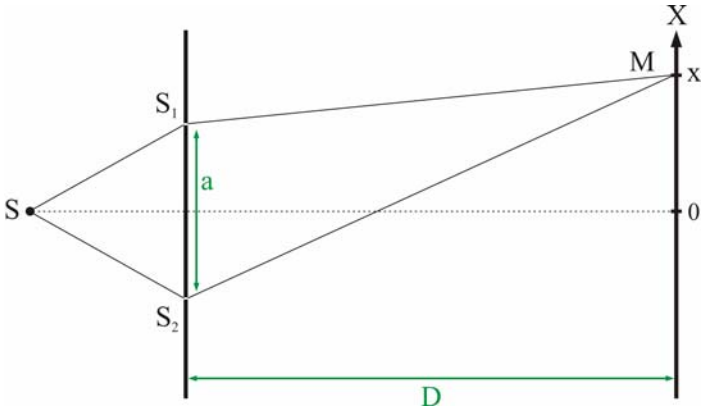
L'interférence sera destructive (intensité minimale) si $\Delta\delta = (2k+1)\lambda_0$ ou, de manière équivalente, si $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ ou si l'ordre d'interférence p est demi-entier. Ce sont **trois méthodes équivalentes pour caractériser l'interférence**.



Quelle doit être la différence de longueur pour que l'intensité en sortie soit nulle ?

$$p = \frac{2k+1}{2} \Rightarrow L_1 - L_2 = \frac{2k+1}{2}\frac{\lambda_0}{n}$$

E. Un interféromètre « historique » : les fentes de Young



L'interféromètre de Young est constitué de deux fentes infiniment fines éclairées par une même source primaire monochromatique. Les fentes sont écartées d'une distance a. Un écran est placé à la distance D, avec D>>a. De nombreux problèmes peuvent se ramener à l'interférence de deux sources ponctuelles : le cas des trous de Young est donc à connaître par cœur !

- **Peut-il y avoir interférences ?** Les deux sources S1 et S2 sont « issues » d'une même source primaire monochromatique : elles sont donc synchrones et cohérentes. Par conséquent, elles peuvent interférer.

- **Quelle est la zone d'interférence ?** Les sources secondaires S1 et S2 rayonnent dans tout le demi espace situé après les trous. Ce dernier est donc zone d'interférence dans sa totalité. L'écran est donc placé dans cet espace, en particulier à une distance D des trous.

- **Quelle est la figure d'interférence ?** Pour répondre à cette question, considérons un point M sur l'écran. Ce point est repéré par son abscisse x. Afin de connaître l'intensité lumineuse en ce point, il faut connaître la différence de chemin optique entre les 2 ondes qui interfèrent en ce point puis appliquer la « formule clé ». Tout le problème se résume donc à un simple problème de géométrie. La question précédente devient donc : **calculer la différence de chemin optique parcouru par les deux ondes**.

Notons $\delta_1 = S_1M$ et $\delta_2 = S_2M$. Les deux distances peuvent s'écrire (Pythagore dans le « bon » triangle rectangle) :

$$\delta_1^2 = D^2 + (x - a/2)^2 \quad \text{et} \quad \delta_2^2 = D^2 + (x + a/2)^2$$

On en déduit :

$$\delta_2^2 - \delta_1^2 = 2ax$$

De $\delta_2^2 - \delta_1^2 = (\delta_2 - \delta_1)(\delta_2 + \delta_1)$, il vient immédiatement:

$$\delta_2 - \delta_1 = 2ax/(\delta_1 + \delta_2)$$

Comme la distance D est très grande devant a et x, $\delta_2 + \delta_1 \approx 2D$ et par suite,

$$\boxed{\delta_2 - \delta_1 = \frac{ax}{D}}$$

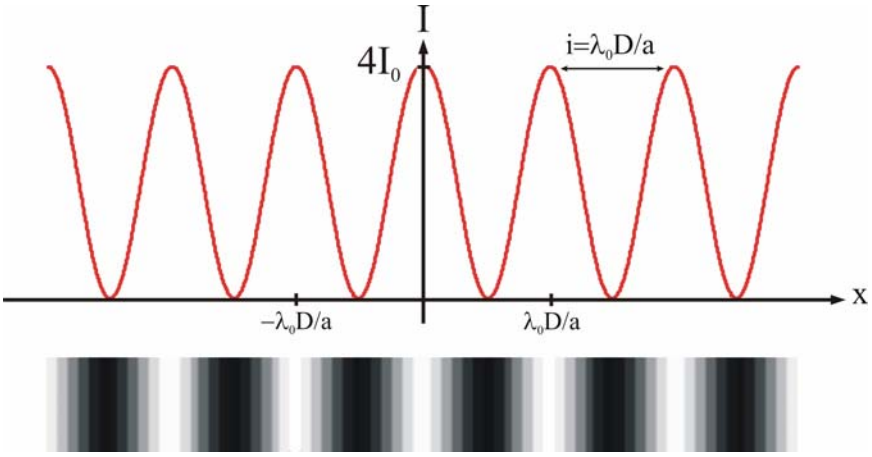
On en déduit la différence de chemin optique, qui est ici égale à la distance géométrique car le système est plongé dans l'air (indice égal à 1) :

$$\boxed{\Delta\delta = \frac{ax}{D}}$$

L'intensité lumineuse sur l'écran peut alors s'écrire en remplaçant simplement la différence de chemin optique précédente dans la « formulé clé » :

$$\boxed{I = 2I_0(1 + \cos(2\pi \frac{ax}{\lambda_0 D}))}$$

La figure ci-contre donne l'intensité I en fonction de la position x. L'éclairement suit une loi sinusoïdale : de manière abusive, on parle de « franges » alternativement noires et brillantes.



La distance entre deux franges est appelée **interfrange i**. Comment calculer l'interfrange ? D'une frange brillante à la suivante, l'ordre d'interférence a varié d'une unité. L'ordre s'écrit :

$$p = \frac{ax}{\lambda_0 D}$$

Pour une distance égale à l'interfrange i, p varie de 1. D'où

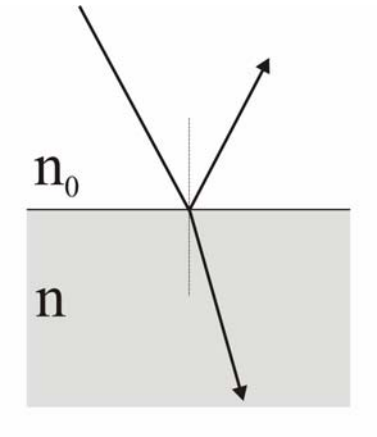
$$\boxed{\Delta p = 1 = \frac{ai}{\lambda_0 D} \Rightarrow i = \frac{\lambda_0 D}{a}}$$

Question subsidiaire: Pourquoi la frange centrale est-elle brillante ? Peut-on trouver une simple explication « avec les mains » de cette propriété ? La réponse est simple et purement géométrique. La frange centrale, celle d'ordre 0, est celle pour laquelle la différence de chemin optique est nulle. Le centre de l'écran est justement le point situé sur l'axe de symétrie du système. Ce raisonnement peut souvent être très utile, comme en témoigne l'exemple traité dans le TD2 où une lame est introduite devant l'une des fentes.

Ce chapitre a permis d'introduire le phénomène d'interférences : deux ondes synchrones et cohérentes peuvent interférer, c'est-à-dire donner lorsqu'elles sont superposées une intensité lumineuse dépendant de leur différence de phase. Différentes écritures de ce phénomène ont été données et deux exemples d'interféromètre ont été étudiés : un Mach-Zehnder fibré et l'interféromètre « historique » des trous de Young. Le chapitre suivant s'intéresse à un autre interféromètre formé d'une lame à faces parallèles ou non-parallèles.

CH. 4 - LAME A FACES PARALLELES OU NON-PARALLELES

A. Réflexion et transmission d'une onde sur une interface



On appelle « interface » la limite entre deux milieux d'**indice de réfraction différents** (air/verre, air/eau par exemple). Lorsqu'une onde rencontre une telle interface, une partie de l'onde incidente est réfléchie et une partie est transmise dans le second milieu. On notera i et r les angles d'incidence et de réfraction.

- L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.
- Angle de réfraction et angle d'incidence sont reliés par la relation de Descartes :

- Les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude sont donnés, sous incidence normale :

$r =$ $\qquad\qquad$ $t =$

Par la suite, les angles d'incidence seront supposés suffisamment petits pour que ces expressions restent valables. Les coefficients en intensité sont égaux à $R = r^2$ et $T = t^2$. La conservation de l'énergie impose :

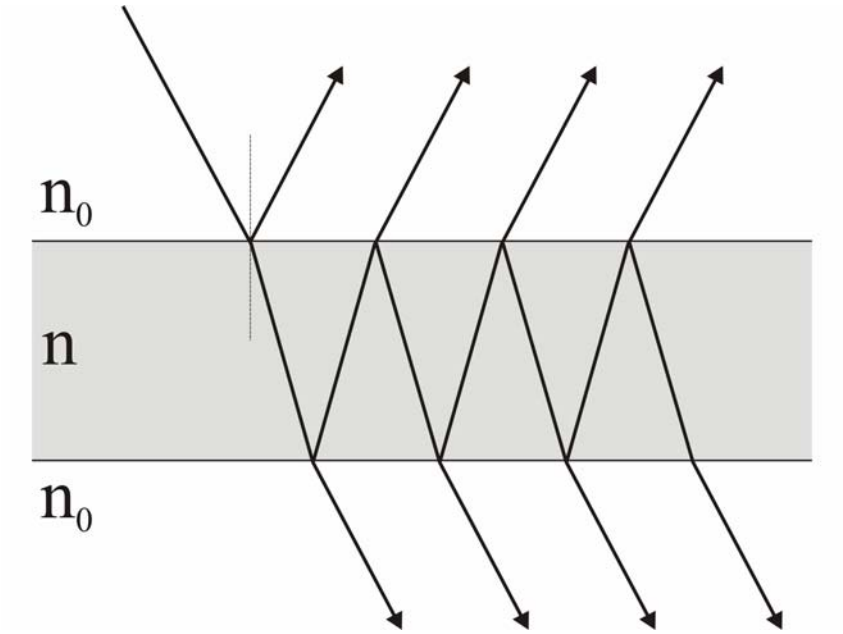
Exemple :

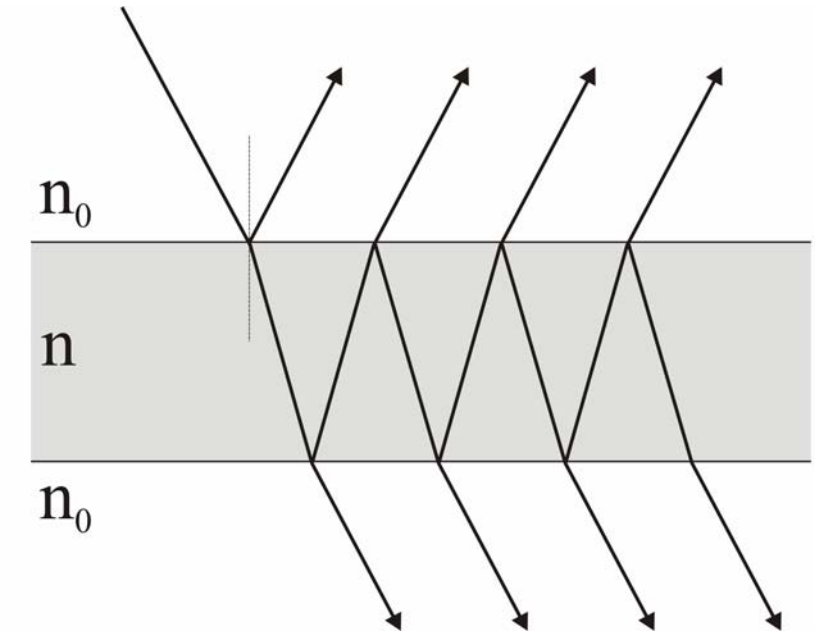
Interface air/verre	Interface verre/air

B. Effet d'une lame à faces parallèles sur une onde incidente

On considère une onde plane incidente sur une lame à faces parallèles d'indice n séparant deux milieux d'indice n_0. L'angle d'incidence i est supposé petit. Les coefficients en réflexion et en transmission seront notés r_1 et t_1 pour la première interface et r_2 et t_2 pour la seconde.

Considérons l'exemple d'une lame de verre et indiquons sur le schéma ci-contre les **amplitudes des différentes ondes successives**. D'après l'exemple précédent, $r_2 = -r_1 = r$.





Pour une lame de verre, les coefficients valent : $r = 0.2$, $t_1 = 0.8$ et $t_2 = 1.2$ (cf exemple précédent). Le schéma ci-contre donne les valeurs numériques des différentes amplitudes.

On constate qu'on peut **se limiter à l'étude des interférences des deux premières ondes réfléchies ou transmises**. Au-delà, les amplitudes sont très faibles et peuvent être négligées.

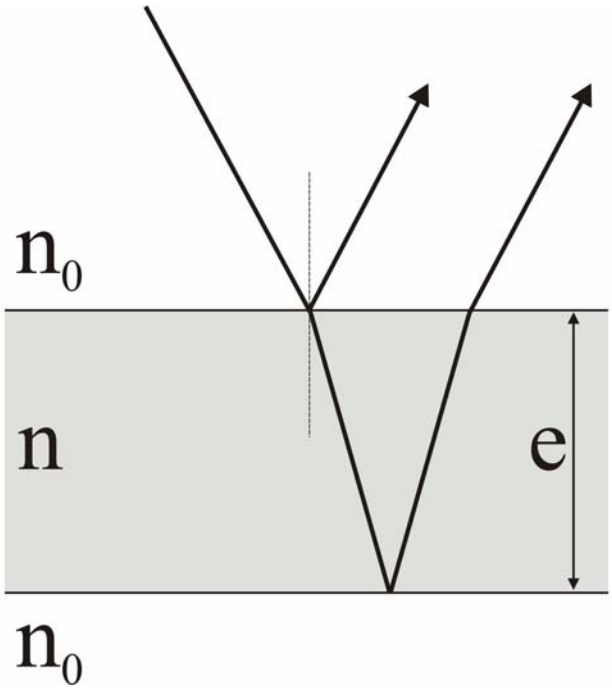
Plusieurs propriétés intéressantes apparaissent :

- Les amplitudes des deux ondes réfléchies sont voisines alors que celles des deux ondes transmises sont beaucoup plus différentes. Les interférences en réflexion seront donc plus contrastées.
- En raison du déphasage de π, les interférences en réflexion et en transmission seront complémentaires.

Afin de déterminer la figure d'interférence, il est nécessaire de calculer la différence de marche entre les deux ondes réfléchies ou les deux ondes transmises.

C. Calcul de la différence de marche des ondes réfléchies ou transmises

Considérons les deux ondes réfléchies. Comment déterminer la différence de marche ?



A cette différence de marche géométrique, il faut ajouter une différence de marche supplémentaire due à la première réflexion. En transmission, le calcul serait identique mais il n'y a pas de différence de marche supplémentaire à ajouter.

En réflexion	$\Delta\delta = 2ne\cos(r) + \lambda_0 / 2$
En transmission	$\Delta\delta = 2ne\cos(r)$

D. Le cas particulier de l'incidence normale

Considérons le cas particulier d'une lame à faces parallèles éclairée par un faisceau laser sous incidence normale.

Les deux ondes interfèrent à l'infini. Ce phénomène peut être observé à distance finie à l'aide d'une lentille convergente : l'interférence est alors observée dans le plan focal image de la lentille. Que vaut l'intensité lumineuse résultant de cette superposition ? Pour répondre à une telle question, **il faut toujours deux informations** : la différence de marche entre les deux ondes et leurs amplitudes respectives si elles ne sont pas égales.

- La différence de marche entre les deux faisceaux 1 et 2 s'écrit : $\Delta\delta = 2ne + \lambda_0 / 2$.
- Les amplitudes des deux ondes sont différentes et valent respectivement rE_0 et rt^2E_0.

On a donc d'après la « formule clé » générale de la première partie, $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)$,

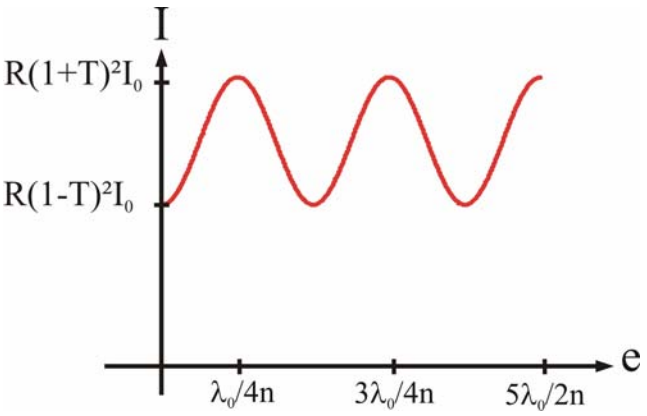
$I =$

soit finalement, en notant R et T les coefficients en intensité :

$I =$

La figure ci-contre donne l'intensité lumineuse en fonction de l'épaisseur e de la lame. On constate que l'intensité minimale n'est pas nulle (c'était le cas par exemple pour les trous de Young). Cette propriété peut se caractériser de manière générale par le **« contraste »** Γ défini par le rapport :

$$\boxed{\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}}$$



Le contraste vaut 1 lorsque l'intensité lumineuse $I_{\min}$ s'annule. Cela se produit lorsque les deux ondes qui interfèrent ont même intensité (cas des trous de Young ou du Mach-Zehnder vus précédemment par exemple). Dès que les intensités sont déséquilibrées, le contraste est plus faible. Que vaut le contraste dans l'exemple précédent ?

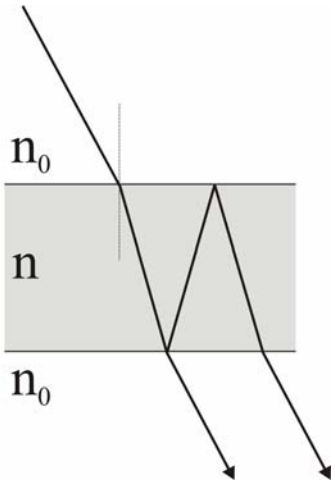
Il est important de noter que les amplitudes des deux ondes réfléchies sont voisines alors que celles des deux ondes transmises sont beaucoup plus différentes. Les interférences en réflexion seront donc beaucoup plus contrastées et donc plus faciles à observer.

E. Anneaux d'Haidinger ou franges d'égale inclinaison

Dans l'exemple précédent, la lame était éclairée sous incidence nulle. La lame est désormais éclairée à l'aide d'une **source étendue**. Cela signifie que des rayons sous **incidence comprise entre** 0 **et une valeur** $i_{\max}$ éclaire en même temps le système. Le montage expérimental pour obtenir un tel éclairage (une source large au foyer objet d'une lentille convergente) sera étudié en TD.

Considérons une lame à faces parallèles en transmission. La différence de marche entre les deux rayons transmis s'écrit pour une incidence i : $\Delta\delta = 2ne\cos(r)$. L'intensité en transmission s'écrit ainsi à l'infini :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi) \text{ avec } \Delta\varphi = 2\pi\frac{2ne\cos(r)}{\lambda_0}$$



Comme l'épaisseur est constante, les directions d'égale intensité sont données par $r = cte$ donc $i = cte$. Cette relation définit ainsi des **franges d'égale inclinaison** : ces franges ont la forme d'anneaux appelés **anneaux d'Haidinger**. Ces anneaux situés à l'infini peuvent être ramenés à distance finie à l'aide d'une lentille convergente. Dans le plan focal image, chaque incidence i correspond à un anneau de rayon $f'i$.

Les anneaux sont alternativement brillants et sombres. Précisons les caractéristiques de la figure d'interférence. L'ordre d'interférence s'écrit :

L'ordre est ainsi maximale au centre et diminue lorsqu'on s'en éloigne. Déterminons le rayon du N-ième anneau brillant.

A l'incidence nulle ne correspond pas nécessairement un maximum ou un minimum de lumière. On appelle ordre au centre l'ordre donné par l'incidence nulle :

$p_0 =$ ou encore $p_0 =$

où ε désigne l'excédent fractionnaire et m un entier. Si l'excédent fractionnaire est nul, alors le centre est brillant. S'il est demi-entier, le centre est sombre.

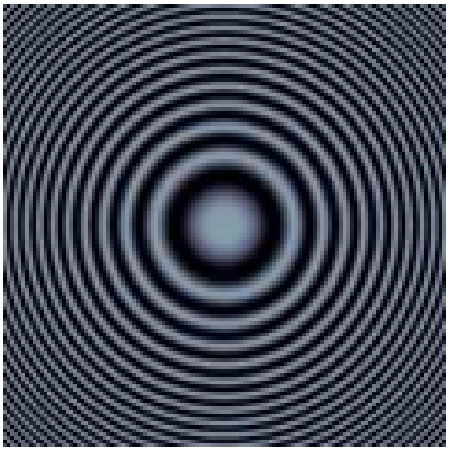
Comme l'ordre est maximum au centre, il décroît lorsque l'incidence augmente. Le premier anneau brillant a donc pour ordre m. Son rayon angulaire est défini par :

L'ordre du Nième anneau brillant est donné par :

L'angle r étant petit, il est possible d'écrire :

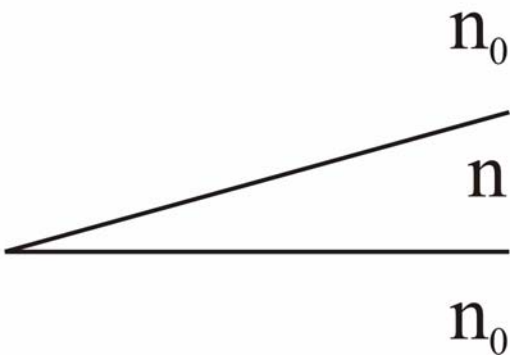
D'où finalement le rayon du Nième anneau brillant s'exprime:

Le rayon des anneaux brillants varie comme la racine carrée du numéro de l'anneau : les anneaux sont ainsi **de plus en plus resserrés lorsqu'on s'éloigne du centre**. La figure ci-contre donne les anneaux observés dans le plan focal d'une lentille convergente.



F. Lames à faces non-parallèles : franges d'égale épaisseur

La lame était jusqu'à présent à faces parallèles. On considère maintenant le cas d'une lame à faces non-parallèles. Un tel système est appelé « coin » : les deux faces forment un petit angle α. On parle de « coin d'air » si le milieu entre les deux lames est de l'air.



Quels sont les rayons qui interfèrent ? Un rayon incident fournit deux rayons (cf schéma) :

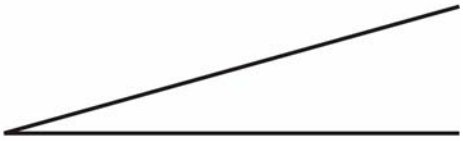
- Un rayon par réflexion sur la face d'entrée
- Un rayon transmis par la première face puis réfléchi par la seconde et finalement transmis par la première face.

Les interférences entre ces deux rayons sont localisées au point de croisement de ces deux rayons. Les interférences ne sont donc **pas localisées à l'infini** comme précédemment mais au niveau du coin. Plus l'angle est petit, plus ce lieu s'éloigne pour tendre vers l'infini lorsque l'angle tend vers zéro (cas précédent des lames à faces parallèles).

Que vaut la différence de marche entre ces deux rayons ? Les angles étant petits, la lame peut être assimilée localement à une lame à faces parallèles. Sous incidence normale, la différence de marche s'écrit donc :

Le coin est désormais éclairé à l'aide d'une source de **faisceaux parallèles**. Une frange d'interférences correspond à une différence de marche constante donc à $e = cte$. On obtient ainsi des **franges d'égale épaisseur**.

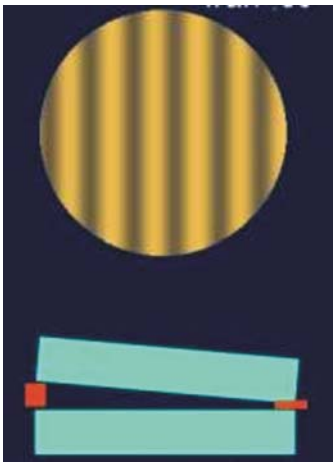
En notant x l'abscisse du point d'incidence à partir de l'arête, l'épaisseur e s'exprime :



La différence de marche devient alors :

L'interfrange s'obtient en écrivant que l'ordre d'interférence augmente d'une unité d'une frange à la suivante :

Plusieurs schémas optiques permettent de les observer. Donnons un exemple :

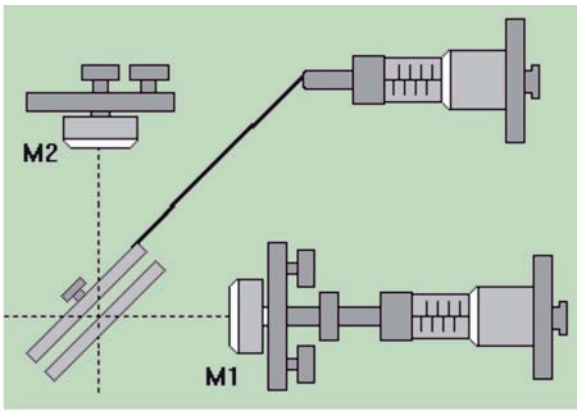


Les chapitres précédents ont présenté différents types d'interféromètre à deux ondes : Mach-Zehnder, fentes de Young, lames à faces parallèles ou non-parallèles. Le chapitre suivant présente un dernier interféromètre à deux ondes, l'interféromètre de Michelson. Il permet entre autres de simuler tout type de lames d'air. Ce dispositif sera très largement étudié en TP : en première année, l'accent sera porté sur le réglage de l'appareil tandis qu'un TP de seconde année sera consacré à un exemple d'application en spectroscopie.

CH. 5 – INTERFEROMETRE DE MICHELSON

A. Description de l'interféromètre

Un interféromètre de Michelson (photo ci-contre) est formé de **deux miroirs** généralement orthogonaux et d'**une lame séparatrice**. Cette dernière, disposée à 45° des normales aux miroirs, divise la lumière incidente en deux bras. Après réflexion sur les miroirs, les faisceaux sont recombinés. Les deux miroirs peuvent se *translater* à l'aide de vis de précision. La plupart du temps, seul l'un des miroirs peut se translater, l'autre étant fixe. Les miroirs sont également munis de réglages en *rotation* grossiers et fins. Le schéma ci-dessous présente l'appareil et les réglages disponibles.

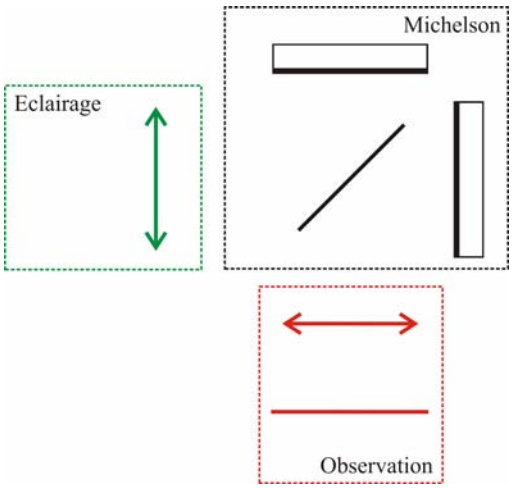


Seule une face de la lame séparatrice est traitée pour réfléchir une partie de la lumière. Par conséquent, le rayon ayant été réfléchi dans l'un des bras la traverse une fois alors que l'autre la traverse trois fois. Afin de pouvoir obtenir l'égalité parfaite des chemins dans les deux bras quelles que soient la longueur d'onde ou l'inclinaison, il est nécessaire de compenser l'influence de cette épaisseur. Pour cela, la lame séparatrice est associée à une lame dite **« compensatrice »**. Cette dernière est munie de deux vis de réglage permettant de réaliser le parallélisme de ces deux lames. Dans la suite, la compensatrice ne sera pas représentée et l'égalité des chemins, quelles que soient la longueur d'onde ou l'inclinaison, sera supposée possible.

Les différents réglages en translation ou en rotation des miroirs permettent d'atteindre un réglage particulier. Les rotations permettent de rendre les miroirs parfaitement orthogonaux. Si l'on considère l'image M'_1 de M_1 à travers la séparatrice, cela signifie que M_2 et M_1' sont parallèles. On parle de **« parallélisme »**. La translation de M_1 permet ensuite

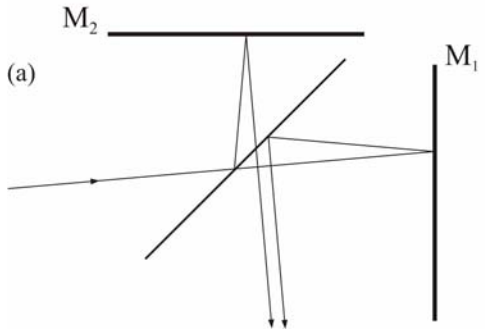
de faire en sorte que les longueurs des deux bras soient égales : M_2 et M_1' sont alors confondus. On dit que le Michelson est réglé au **« contact optique »**.

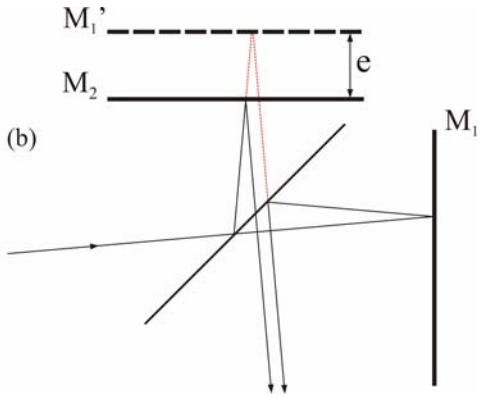
Un interféromètre de Michelson est un instrument permettant un grand nombre d'observations et de mesures. Cette partie n'a considéré que le réglage du Michelson. Or, trois paramètres doivent toujours être considérés : outre le **réglage du Michelson** à proprement parler, les observations dépendront de l'**éclairage** et du **système d'observation**. On ne définit le fonctionnement du dispositif qu'en caractérisant ces trois paramètres. Quelle est l'étendue de la source ou, en d'autres termes, l'éclairage est-il parallèle ou convergent ? Quelle conjugaison réalise la lentille dans le bloc d'observation ? Les parties suivantes présentent deux cas typiques où le Michelson permet de simuler des lames d'air.



B. Franges d'égale inclinaison

A partir du contact optique, l'un des miroirs est translaté d'une distance e. Eclairons alors le Michelson à l'aide d'un rayon incliné d'un angle i. Le rayon est divisé en deux sur la lame séparatrice. Les deux rayons obtenus sortent de l'interféromètre parallèles et interfèrent donc à l'infini. Que vaut la différence de marche ? Le schéma (a) ci-dessous représente le trajet de ce rayon à l'intérieur de l'interféromètre. Il est difficile de calculer alors la différence de marche à l'aide de ce schéma. Il est plus simple de raisonner sur un schéma équivalent (b) : on considère ainsi l'image M'_1 de M_1 à travers la lame. Cette image est parallèle à M_2. Les traits en pointillés donne l'image à travers la lame du trajet réel. Tout se passe donc comme si l'on avait une lame d'air à faces parallèles.





Ce cas a été traité au chapitre précédent et la différence de marche s'écrit : $\Delta\delta = 2e\cos(i)$. Pour observer des anneaux d'égale inclinaison, il faut éclairer la lame avec des angles d'incidence compris entre 0 et une valeur i_{max}. Les anneaux sont localisés à l'infini et peuvent donc être observés à l'aide d'une lentille convergente, dans son plan focal objet.

Michelson	Parallélisme. M_2 et M'_1 sont séparés d'une distance e et forment une lame d'air à faces parallèles.
Eclairage	En lumière convergente afin d'obtenir une plage d'angle d'incidence. On place une source étendue au foyer objet d'une lentille convergente.
Observation	Les interférences sont localisées à l'infini. Une lentille convergente permet de ramener le phénomène à distance finie. L'écran est placé dans le plan focal image.

C. Franges d'égale épaisseur

A partir du contact optique, le miroir M_2 est tourné d'un petit angle α. M_2 et M'_1 forment ainsi un coin d'air. On est donc à nouveau ramené à l'un des cas du chapitre précédent : lorsque le coin est éclairé en lumière parallèle, on observe des franges d'égale épaisseur localisées à proximité du coin. L'interfrange s'écrit alors : $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$. Afin d'observer les franges sur un écran, il faut imager le coin sur ce dernier.

Michelson	A partir du contact optique, l'un des miroirs est tourné d'un petit angle α. M_2 et M'_1 forment ainsi un coin d'air.
Eclairage	En lumière parallèle. On place une source ponctuelle au foyer objet d'une lentille convergente.
Observation	Les interférences sont localisées à proximité du coin. Une lentille convergente permet de faire l'image du coin sur l'écran.

Au cours des chapitres précédents, les ondes superposées dans les différents systèmes interférentiels étaient toujours issues d'une même source primaire, ponctuelle et monochromatique. Ce chapitre se propose d'étudier ce que deviennent les interférences lorsque l'on s'éloigne de ce cas idéal.

CH. 6 – COHERENCE TEMPORELLE ET SPATIALE

A. Rappel sur les interférences à deux ondes

Lorsque deux faisceaux sont superposés, l'intensité totale est égale à la somme des intensités de chaque faisceau plus un terme dit **« terme d'interférence »**. Deux cas se présentent:

- Les deux fréquences ne sont pas identiques : le terme d'interférence varie rapidement et sa valeur moyenne est nulle. On a alors :

$$\boxed{I = I_1 + I_2}$$

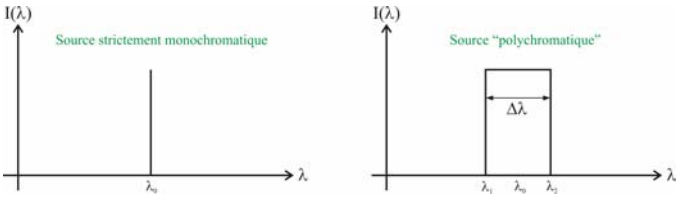
- Les deux fréquences sont identiques : on dit que les faisceaux sont « synchrones ». Dans ce cas, si la différence de phase $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ ne varie pas aléatoirement au cours du temps (sinon le terme d'interférence est nul comme dans le cas précédent),

$$\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)}$$

Cependant, les sources de lumière ne sont jamais strictement monochromatiques. De plus, elles ne sont pas ponctuelles : chaque point de la source émet alors de la lumière qui n'a pas de relation de phase fixe avec un point voisin. Ces deux paramètres, **polychromaticité** (les différentes composantes ne sont pas synchrones, point 1) et **étendue spatiale** (les différents points émettent de la lumière avec une phase relative aléatoire, point 2), dégradent les interférences. La « cohérence » en optique est ainsi un terme général qui désigne « la capacité d'une radiation à donner naissance à des phénomènes d'interférence ». Ce chapitre traite successivement de la cohérence « temporelle » et de la cohérence « spatiale ».

B. Cohérence temporelle

1. Interférences avec une source polychromatique

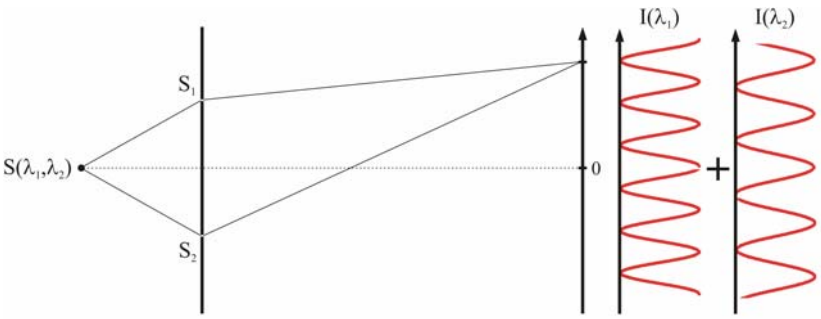


Aucune source lumineuse utilisée n'est rigoureusement monochromatique (une seule longueur d'onde) mais présente une « distribution » de longueurs d'onde. Cette distribution est appelée **« spectre »** de la source. Par exemple, la lumière blanche présente un spectre qui s'étend entre 400 et 800 nm. En revanche, un laser a un spectre beaucoup plus étroit mais qui a tout de même une largeur finie.

Cette largeur étant faible, un laser sera dit « quasi-monochromatique ». Si l'on considère les interférences données par une source polychromatique, l'intensité totale sera donnée par la somme des figures d'interférences à chaque longueur d'onde prise indépendamment, car, par définition, les composantes de longueurs d'onde différentes ne sont pas synchrones :

$$I = \sum_i I(\lambda_i)$$

Comment l'existence de plusieurs longueurs d'onde peut-elle dégrader les interférences ? Considérons le cas des fentes de Young éclairées par une source ponctuelle S qui émet par exemple deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2. Les fréquences étant différentes (=non synchrone, point 1 du rappel), l'intensité totale est la somme des intensités dues à chaque longueur d'onde prise indépendamment. Chaque longueur donne un système de franges (chapitres précédents). Comme l'interfrange dépend de la longueur d'onde, les intensités (sinusoïdes) à additionner sont décalées : une frange sombre peut se retrouver par exemple face à une frange brillante : les interférences sont brouillées.



Dans le **cas général**, quelle est l'intensité en un point où la différence de marche vaut $\Delta\delta$? Chaque composante monochromatique (chaque longueur d'onde) donne son propre système de franges et les intensités de chaque système s'ajoutent :

$$I = \sum_i 2I_0(\lambda_i)\left[1+\cos\left(\frac{2\pi\Delta\delta}{\lambda_i}\right)\right]$$

Les systèmes de franges se superposent et finissent par se brouiller. Comment quantifier ce brouillage ?

Considérons une distribution uniforme de longueur d'onde. Le spectre est supposé rectangulaire, de largeur $\Delta\lambda$. Les différences de phase en un point diffèrent donc au plus de :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta\delta}{\lambda_2} - \frac{2\pi\Delta\delta}{\lambda_1} \approx \frac{2\pi\Delta\delta}{\lambda_0^2}(\lambda_2-\lambda_1) = \frac{2\pi\Delta\delta}{\lambda_0^2}\Delta\lambda \text{ où } \lambda_0 \text{ est la valeur moyenne.}$$

Les franges ne seront pas brouillées si les deux systèmes de franges sont peu décalés, c'est-à-dire si la différence précédente est négligeable devant 2π :

$$\Delta\varphi << 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi\Delta\delta}{\lambda_0^2}\Delta\lambda << 2\pi \Rightarrow \Delta\delta << \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$

Ainsi les interférences ne seront pas brouillées si la différence de chemin optique vérifie :

$$\boxed{\Delta\delta << \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}}$$

Remarque : en introduisant le nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda_0$ et $\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1$, $\lambda_0^2/\Delta\lambda = 1/\Delta\sigma$.

L'expression précédente a été déterminée dans le cas particulier d'un spectre rectangulaire. De manière générale, les interférences ne seront pas brouillées si la différence de marche est plus petite qu'une longueur appelée **« longueur de cohérence »** L_c.

$$\boxed{\Delta\delta << L_c}$$

Comparons les longueurs de cohérence de quelques sources typiques, en faisant l'hypothèse d'une distribution rectangulaire :

- Laser Hélium-Néon : $\Delta\nu \approx 1GHz \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_0^2 \frac{\Delta\nu}{c} \approx 1.3pm \Rightarrow L_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \approx 30cm$.
  Certains lasers peuvent avoir des longueurs de cohérence de plusieurs kilomètres.
- Lampe à vapeur de mercure munie d'un filtre de largeur $\Delta\lambda = 1nm$ autour de $\lambda_0 = 546nm$: $L_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \approx 0.3mm$
- Lumière blanche : $\Delta\lambda = 400nm \Rightarrow L_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \approx 1\mu m$. La différence de marche doit ainsi être extrêmement petite pour observer des interférences en lumière blanche.

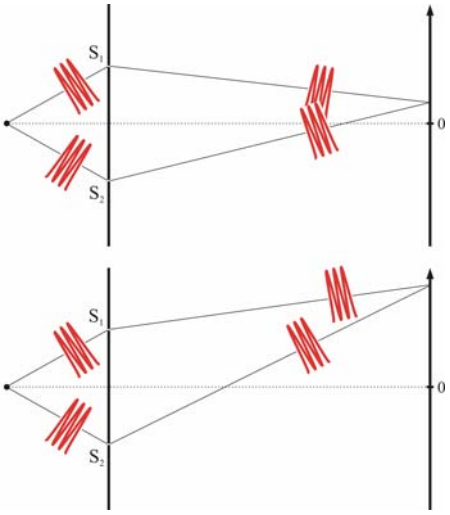
On retiendra donc : plus une source est spectralement pur, plus son rayonnement est temporellement cohérent (grande longueur de cohérence) et plus la différence de marche pourra être grande avant que les interférences ne se brouillent.

2. Interprétation en termes de « trains d'onde »

L'émission de lumière par une source lumineuse résulte de la désexcitation d'atomes préalablement excités. Comme l'émission est lancée, interrompue puis relancée, le champ électrique émis se présente ainsi sous forme de **trains d'onde**, de durée limitée τ_c. Ces trains d'ondes se succèdent de manière aléatoire et il n'y a aucune relation de phase d'un train d'onde au suivant. La longueur de cohérence peut être définie comme la longueur d'un train d'onde : $L_c = c.\tau_c$.

Dans un interféromètre, les trains d'onde sont divisés en deux. Lorsqu'ils sont recombinés, les trains d'onde sont décalés en raison de la différence de marche. Si la différence de marche excède la longueur des trains d'onde, donc la longueur de cohérence, alors on n'a plus de zone de recouvrement : les trains d'ondes ne se recombinent pas entre eux mais avec un autre train d'onde. Leur différence de phase étant alors aléatoire, il n'y a pas d'interférence. On retrouve qu'il faut avoir : $\Delta\delta << L_c$.

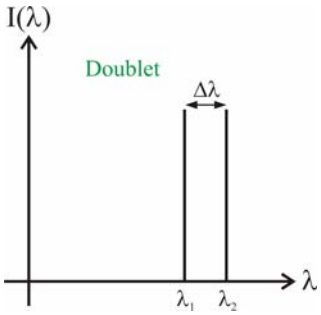
La figure ci-contre illustre les deux cas possibles. Dans le premier cas, la différence de marche est petite : les trains d'ondes se superposent au point d'observation considéré. En revanche, dans le second cas, la différence de marche est trop grande pour la source utilisée. Avec une source de longueur de cohérence plus grande, donc émettant des trains d'onde plus longs, le recouvrement aurait été possible.



C. Exemples d'interférences en lumière polychromatique

1. Doublet

On appelle **« doublet »** le spectre d'une source ayant deux longueurs d'ondes très voisines, typiquement séparées de quelques nm. On notera par la suite λ_1 et λ_2 ces deux longueurs d'ondes, $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ leur différence, et λ_0 la longueur d'onde moyenne. On introduira également par commodité les nombres d'onde : $\sigma_1 = 1/\lambda_1$, $\sigma_2 = 1/\lambda_2$ et $\sigma_0 = 1/\lambda_0$. Quelle est l'intensité lumineuse pour une différence de marche $\Delta\delta$? Pour cela, il faut calculer l'intensité pour chaque longueur d'onde (chapitres précédents) puis sommer ces intensités car ces composantes ne sont pas synchrones.



- S'il n'y avait que λ_1, l'intensité serait : $I_1 = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi\Delta\delta}{\lambda_1}\right)\right] = 2I_0\left[1+\cos\left(2\pi\Delta\delta\sigma_1\right)\right]$
- S'il n'y avait que λ_2, l'intensité serait : $I_2 = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi\Delta\delta}{\lambda_2}\right)\right] = 2I_0\left[1+\cos\left(2\pi\Delta\delta\sigma_2\right)\right]$

L'intensité totale au point considéré est alors la somme de ces deux intensités puisque chaque composante spectrale est indépendante des autres :

$$I = I_1 + I_2 = 2I_0\left[2+\cos\left(2\pi\Delta\delta\sigma_1\right)+\cos\left(2\pi\Delta\delta\sigma_2\right)\right] = 4I_0\left[1+\cos\left(\pi\Delta\delta(\sigma_2-\sigma_1)\right)\cos\left(\pi\Delta\delta(\sigma_1+\sigma_2)\right)\right]$$

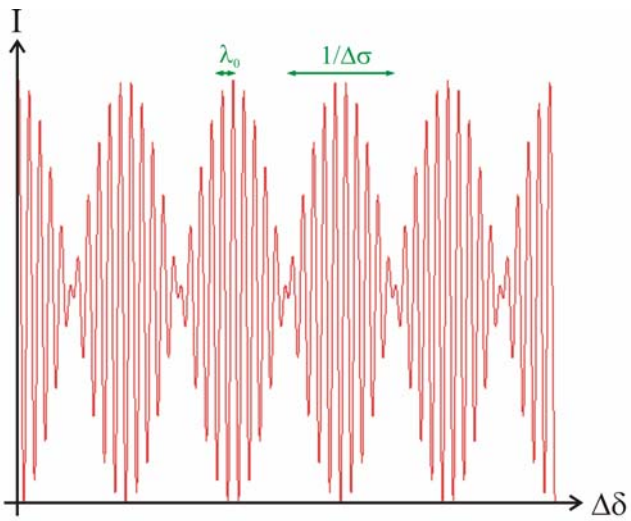
Comme $\sigma_1 \approx \sigma_0$ et $\sigma_2 \approx \sigma_0$, et en notant $\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 = \Delta\lambda / \lambda_0^2$, il vient :

$$\boxed{I = 4I_0\left[1+\cos\left(\pi\Delta\delta\Delta\sigma\right)\cos\left(2\pi\Delta\delta\sigma_0\right)\right]}$$

On remarque que I a la même expression que celle que l'on obtient pour une seule longueur d'onde (à condition de prendre la longueur d'onde moyenne) mais que le terme d'interférence est modulé par un terme :

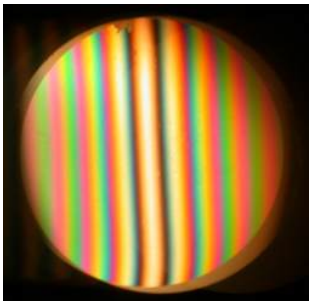
$$V = \cos\left(\pi\Delta\delta\Delta\sigma\right)$$

Ce terme V est appelé « facteur de visibilité ». Si V est nul, l'intensité ne dépend plus de la différence de marche : les franges disparaissent. Il est important de remarquer que les deux cosinus ont des périodes très différentes. La figure ci-contre donne l'intensité I en fonction de la différence de marche. D'une frange à la suivante, la différence de marche varie de λ_0. Les zéros du facteur de visibilité sont appelés **« anticoïncidences »**. Ils sont séparés de $1/\Delta\sigma = \lambda_0^2/\Delta\lambda$. La mesure de cette période permet ainsi de déterminer l'écart du doublet.



2. Interférence en lumière blanche

Dans le cas de la lumière blanche, la longueur de cohérence est extrêmement petite, de l'ordre du µm.



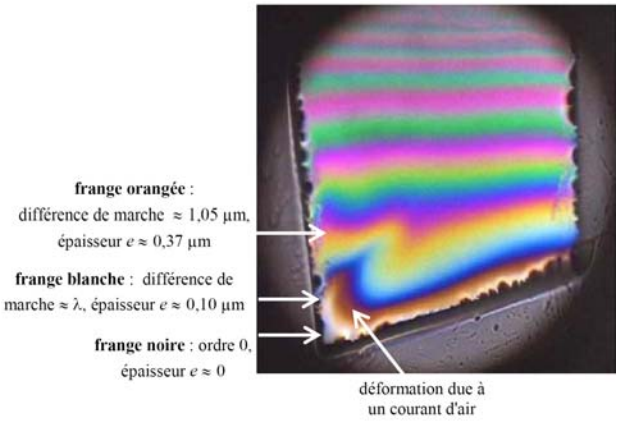
- Pour $\Delta\delta = 0$: quelle que soit la longueur d'onde, les interférences sont constructives. On obtient donc du blanc.
- Pour $\Delta\delta$ <µm: comme l'interfrange est proportionnel à la longueur d'onde, les franges colorées qui se superposent sont légèrement décalées. Par conséquent, on obtient une couleur caractéristique de la différence de marche. Ce sont les **«teintes de Newton»**.
- Pour $\Delta\delta$ >µm: les franges se brouillent. On n'observe plus que du blanc. Ce blanc est cependant appelé « blanc d'ordre supérieur » et son spectre est dit cannelé. En effet, pour une différence de marche donnée, il manque certaines longueurs d'onde : celles pour lesquelles l'interférence est destructive. Ces cannelures peuvent être mises en évidence à l'aide d'un spectroscope : des raies noires apparaîtront dans le spectre ainsi mesuré.

Quelques appellations des teintes de Newton en fonction de $\Delta\delta$ (centre blanc) :

$\Delta\delta$ (nm)	Centre Blanc	$\Delta\delta$ (nm)	Centre Blanc
0	Blanc	540	Vert-pâle
100	Blanc-jaunâtre	560	Vert-clair
160	Blanc-brunâtre	580	Jaune
220	Brun-jaune	660	Orangé
240	Brun	730	Orangé-brunâtre
280	Pourpre (teinte sensible)	750	Rouge-carmin-clair
320	Bleu	830	Pourpre (teinte sensible)
430	Bleu-gris	870	Violet
500	Vert-bleuâtre	910	Indigo

Au-delà des différences de marche indiquées dans le tableau ci-dessus, les couleurs deviennent très « lavées » pour finalement se fondre dans le blanc d'ordre supérieur.

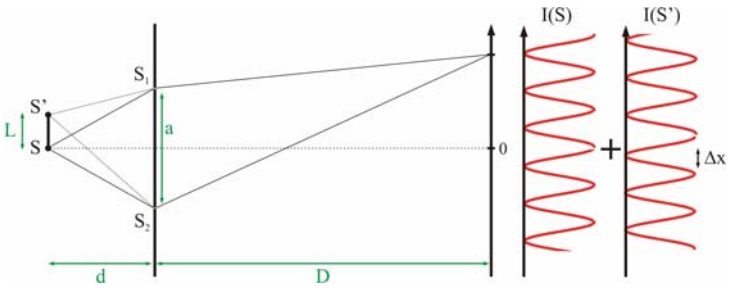
Les couleurs sur les bulles de savon (ou sur les films de savon ou d'huile, figure ci-contre) peuvent dès lors être expliquées. La bulle est formée d'une fine membrane d'eau savonneuse séparant l'air (au centre et à l'extérieur). Les couleurs résultent des interférences en lumière blanche sur cette « lame ». L'épaisseur étant très faible, on observe les teintes colorées de Newton. Lorsqu'une bulle est de plus en plus gonflée, les couleurs deviennent de plus en plus colorées car l'épaisseur diminue. Puis finalement, la bulle éclate… La comparaison des couleurs observées aux teintes de Newton permet de déterminer avec une grande précision l'épaisseur de la lame, comme illustré sur la figure ci-contre. Notons aussi qu'un Michelson réglé en teintes de Newton permet des mesures extrêmement précises. Un jet de gaz dans l'un des bras par exemple se traduira par une modification de la différence de marche et donc de la couleur autour de ce flux : on peut ainsi visualiser le jet. La sensibilité maximale est obtenue en se plaçant à la « teinte sensible ». On qualifie ainsi cette teinte car elle vire très rapidement de couleur pour une très petite différence de phase.



D. Cohérence spatiale

Pour une source monochromatique, la dégradation des interférences peut venir de l'**étendue spatiale de la source**. C'est le cas par exemple des lampes spectrales et également de certains lasers. D'un point à l'autre de la source, les ondes émises ne sont pas cohérentes. Par conséquent, chaque point de la source donne un système de franges et l'intensité totale est obtenue en sommant les contributions de chaque point. Prenons l'exemple des fentes de Young avec une source étendue. Cette dernière est supposée monochromatique.

Comment l'étendue de la source peut-elle dégrader les interférences ? La source a pour longueur L. Sur le schéma ci-contre, la source a été représentée ainsi que deux points particuliers correspondant à ses extrémités. Chaque point est à l'origine d'un système de franges. Chaque système est décalé en fonction de la position du point source. Que vaut ce décalage ?



Pour le point S : $\Delta\delta = \frac{ax}{D}$ et $I = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D}\right)\right]$

La différence de marche pour le point S' se calcule facilement car la formule générale utilisée à la ligne précédente s'applique aussi dans le demi-espace avant les sources. S' joue le rôle du point M, d remplace D et L remplace x. On a donc :

Pour le point S' : $\Delta\delta = \frac{ax}{D} + \frac{aL}{d}$ et $I' = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} + \frac{2\pi aL}{\lambda_0 d}\right)\right]$

Les franges dues au point S' sont ainsi décalées d'une distance $\Delta x = L\frac{D}{d}$. Comme dans le cas de la cohérence temporelle, on cherche la valeur maximale que peut prendre L pour que les franges ne soient pas brouillées. Le cas limite est lorsque une frange noire se superpose à une frange brillante, c'est-à-dire lorsque la distance Δx est égale à l'interfrange i.

$$\Delta x = L\frac{D}{d} = i = \frac{\lambda_0 D}{a} \Rightarrow L = \frac{\lambda_0 d}{a}$$

Pour que les franges ne se brouillent pas, il faut donc avoir :

$$\boxed{L << \frac{\lambda_0 d}{a}}$$

Une source trop étendue peut ainsi dégrader les interférences.

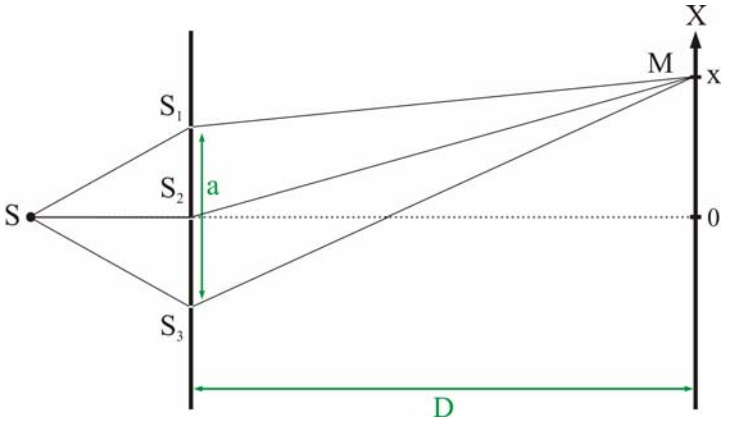
Depuis le début de ce cours, l'étude s'est limitée à l'interférence de deux ondes. Ces deux ondes combinées étaient obtenues à l'aide d'interféromètres tels que les trous de Young, le Mach-Zehnder, le Michelson ou des lames à faces parallèles ou non-parallèles. Ce chapitre s'intéresse au cas où plus de deux ondes sont superposées : on parle d'interférences à ondes multiples.

CH. 7 – INTERFERENCES A ONDES MULTIPLES

A. Premier exemple : Interférences à 3 ondes

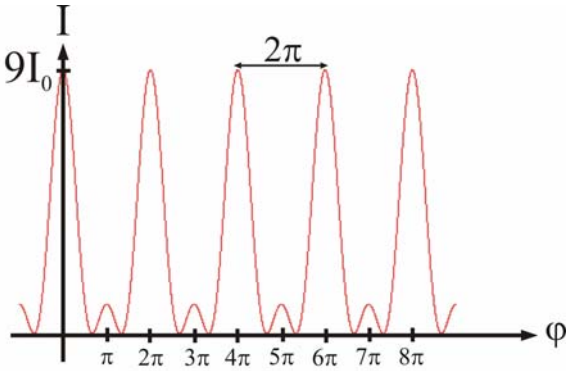
Considérons le dispositif ci-contre. Un écran percé de 3 fentes est éclairé par une source ponctuelle et monochromatique S : ce schéma est similaire à celui des fentes de Young mais une troisième fente a été ajoutée au centre. Quelle est la figure observée sur l'écran ?

- Les ondes superposées en M peuvent elles interférer ?



- Que vaut la différence de phase des 3 ondes ?

- Comment s'exprime l'intensité I sur l'écran ?



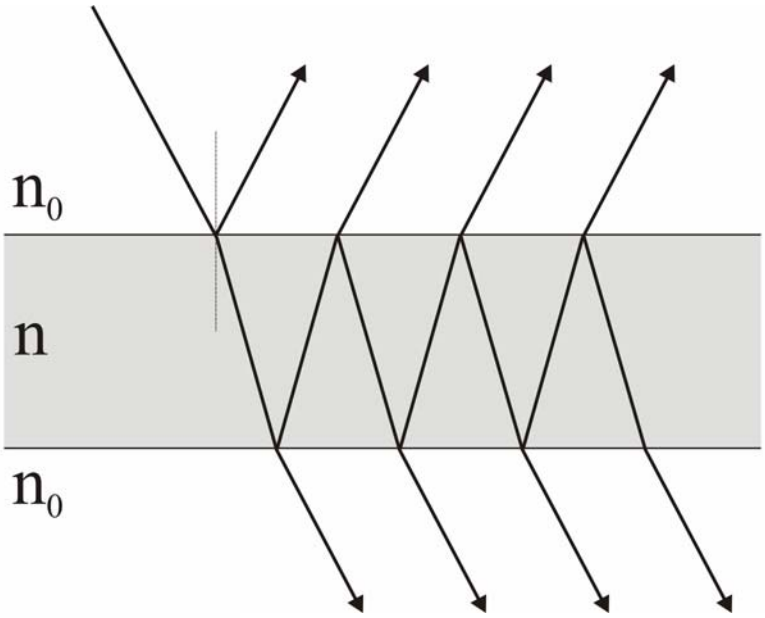
B. Lame à faces parallèles avec traitement réfléchissant : Fabry-Perot

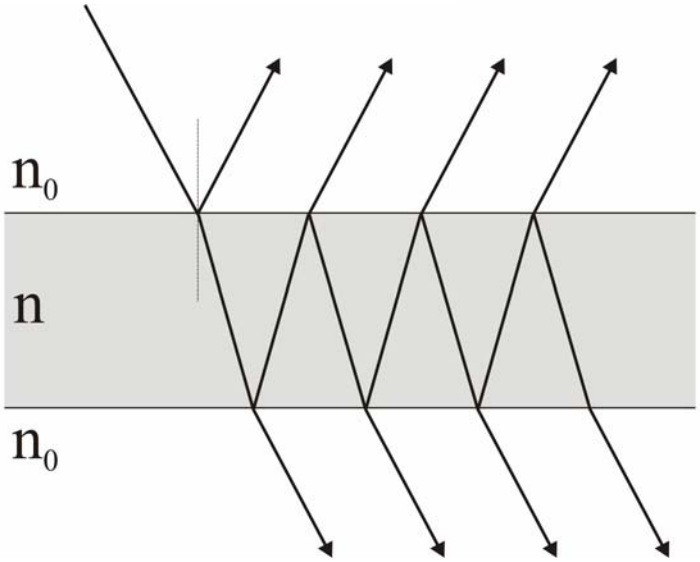
1. Ondes multiples

Le chapitre 4 a considéré le cas d'une lame à faces parallèles **sans traitement réfléchissant**. L'amplitude des rayons réfléchis ou transmis décroît dans ce cas très rapidement et seuls les deux premiers avaient donc été considérés : le problème se ramenait ainsi à l'étude d'**interférences à 2 ondes**. Lorsque les dioptres sont munis d'un **traitement réfléchissant**, les amplitudes décroissent beaucoup plus lentement et il est donc nécessaire de prendre en compte l'**ensemble des rayons transmis ou réfléchis**. Un tel interféromètre est appelé « Interféromètre de Fabry-Perot ».

On considère une onde plane incidente sur une lame à faces parallèles d'indice n séparant deux milieux d'indice n_0. L'angle d'incidence i est supposé petit. Les coefficients en réflexion et en transmission seront notés r_1 et t_1 pour la première interface et r_2 et t_2 pour la seconde. En raison du traitement réfléchissant, les facteurs de réflexion sont proches de l'unité. Pour simplifier le problème, on supposera que le même traitement a été réalisé sur chaque dioptre : $r_2 = -r_1 = r$, $t_2 = t_1 = t$.

Considérons l'exemple d'une lame traité et indiquons sur le schéma ci-contre les **amplitudes des différentes ondes successives**.



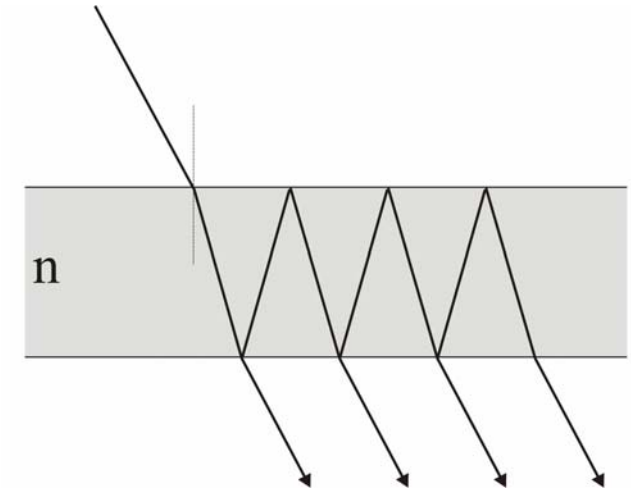


Prenons par exemple un coefficient de réflexion égal à $r = 0.95$. Comme $R + T = r^2 + t^2 = 1$, on a $t = \sqrt{1 - r^2} \approx 0.3$.
On ne peut donc pas **se limiter à l'étude des interférences des deux premières ondes réfléchies ou transmises**. Il est nécessaire de toutes les prendre en compte.

2. Expression de l'intensité transmise

Considérons uniquement les rayons **en transmission** pour une incidence donnée. On note $\Delta\varphi$ la différence de phase entre deux rayons successifs.

Complétons les figures précédentes pour faire apparaître les différentes amplitudes complexes à prendre en compte.

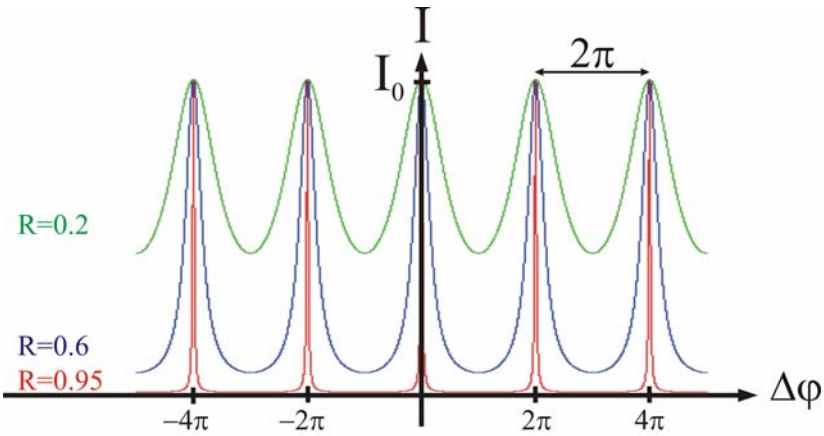


Que vaut l'intensité transmise ?

Soit finalement :

$$\boxed{I = \frac{I_0}{1 + m\sin^2(\Delta\varphi/2)}} \quad \text{avec} \quad \boxed{m = \frac{4R}{(1-R)^2}}$$

Cette fonction est appelée fonction d'Airy. Elle est constituée d'une succession de pics d'autant plus fins que le coefficient de réflexion R est proche de 1 : en d'autres termes, plus il y a d'ondes qui interfèrent, plus les pics d'interférences sont étroits.



Remarque : la figure d'interférence a été obtenue pour des faisceaux en transmission. En réflexion, la figure est complémentaire :

3. Finesse et Contraste

Selon la valeur du coefficient R, les pics sont plus ou moins fins. Cette propriété est caractérisée par le **finesse** F , qui est d'autant plus grande que les pics sont étroits :

$$\boxed{F = \frac{2\pi}{\delta\varphi}}$$ où $\delta\varphi$ est la largeur à mi-hauteur d'un pic.

Calculons $\delta\varphi$:

On en déduit finalement l'expression de la finesse :

$$\boxed{F = \frac{\pi\sqrt{m}}{2} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}}$$

Ex : R=0.95 donne une finesse $F \approx 60$. *R=0.6 donne une finesse* $F \approx 6$.

Par ailleurs, l'intensité minimale n'est pas nulle. Cette propriété se caractérise par le **contraste** Γ qui a été défini au cours des chapitres précédents. A nouveau, plus R est grand et plus le contraste est proche de 1.

$$\boxed{\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}}$$

Soit finalement :

$$\boxed{\Gamma = \frac{m}{2+m} = \frac{2R}{1+R^2}}$$

Ex : R=0.95 donne un contraste $\Gamma \approx 0.999$. *R=0.8 donne un contraste* $\Gamma \approx 0.88$.

4. Figure d'interférences

Les calculs précédents sont restés très généraux : ils s'expriment en fonction de la différence de phase $\Delta\varphi$. Afin de déterminer la figure d'interférence, il est nécessaire de calculer explicitement la différence de marche entre les ondes transmises. La configuration est identique à celle du **chapitre 4**. La différence de phase entre deux ondes transmises successives s'écrit donc :

La différence de phase étant identique, les figures d'interférences seront similaires : **interférences constructive ou destructives se produisent pour les mêmes paramètres**. La seule différence est que **l'intensité ne suit plus une variation sinusoïdale** mais la fonction d'Airy précédente.

Par exemple, si la lame est éclairée en **incidence normale**, alors les maximums et minimums de lumière sont obtenus pour les mêmes épaisseurs de la lame. En revanche, si l'on s'écarte des valeurs de e pour lesquelles les interférences sont constructives alors l'intensité chutera beaucoup plus vite dans le cas présent que dans le cas d'une lame non traitée.

Si le dispositif est éclairée à l'aide d'une **source étendue (incidence comprise entre** 0 **et une valeur** $i_{\max}$**)**, les directions d'égale intensité sont données par $r = cte$ donc $i = cte$. Cette relation définit ainsi des **franges d'égale inclinaison** : ces franges ont la forme d'anneaux. Ces anneaux situés à l'infini peuvent être ramenés à distance finie à l'aide d'une lentille convergente. Dans le plan focal image, chaque incidence i correspond à un anneau de rayon $f'i$. La figure d'interférence est donc similaire à celle donnée par une lame à faces parallèles non traitée. Le rayon des anneaux est identique. **La seule différence est que les anneaux donnés par un Fabry-Perot sont beaucoup plus fins que les anneaux d'Haidinger vus au chapitre 4 qui résultent d'une interférence à deux ondes et non pas à ondes multiples.** La figure ci-dessous donne l'évolution des anneaux lorsque la finesse augmente.

C. Utilisation du Fabry-Perot comme spectromètre

Le Fabry-Perot éclairé à l'aide d'une source étendue est souvent utilisé comme spectromètre de haute résolution, c'est-à-dire comme un outil permettant d'analyser la distribution spectrale de la source l'éclairant. En effet, les différentes composantes spectrales étant incohérentes, elles donnent des systèmes d'anneaux indépendants. Comme le rayon des anneaux dépend de la longueur d'onde, les différentes longueurs d'onde apparaissent séparément. Les anneaux étant beaucoup plus fins que ceux donnés par un Michelson, un Fabry-Perot va permettre de séparer des raies spectrales beaucoup plus proches. La figure ci-contre montre différents systèmes d'anneaux donnés par un Fabry-Perot éclairé par une source comportant de nombreuses raies spectrales. Dans le cas d'un Michelson, ces anneaux se mélangeraient.

La capacité à séparer deux raies spectrales très proches se caractérise par le **pouvoir de résolution** $\Re$. En notant λ la longueur d'onde et $\delta\lambda$ le plus petit écart en longueur d'onde détectable :

$$\boxed{\Re = \frac{\lambda}{\delta\lambda}}$$

Que vaut $\delta\lambda$? Deux anneaux seront dits séparables si le maximum du deuxième est au-delà du minimum du premier. La distance entre les deux anneaux doit ainsi être au moins égale à leur largeur à mi-hauteur $\delta\varphi$.

Finalement,

$$\boxed{\Re = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = pF}$$ où p est l'ordre d'interférence et F la finesse.

Ex : $R = 0.95$, $\lambda = 0.5\mu m$, $e = 1cm$, $i \approx 0°$ *donne un pouvoir de résolution* $\Re \approx 2.4*10^6$.

Le Fabry-Perot permet d'obtenir des pouvoirs de résolution très important, plusieurs ordres de grandeur ceux obtenues à l'aide d'un prisme par exemple (~1000).

Les systèmes d'anneaux peuvent par ailleurs se mélanger. Soient deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2. Ces deux longueurs d'onde donnent chacune un système d'anneaux. Quel est le plus grand écart $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ possible sans qu'il y ait recouvrement d'ordre ?

Cette grandeur est appelée **Intervalle Spectral Libre** ISL. Il s'exprime en fréquence sous la forme :

$$\boxed{ISL_\nu = \frac{c}{2e}}$$

ou en longueur d'onde :

$$\boxed{ISL_\lambda = \frac{\lambda^2}{2e}}$$

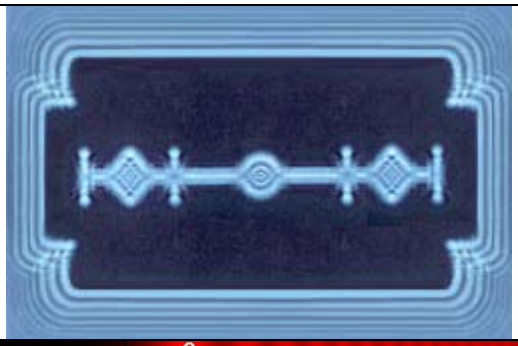
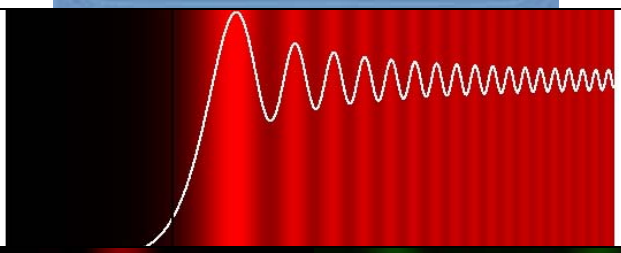
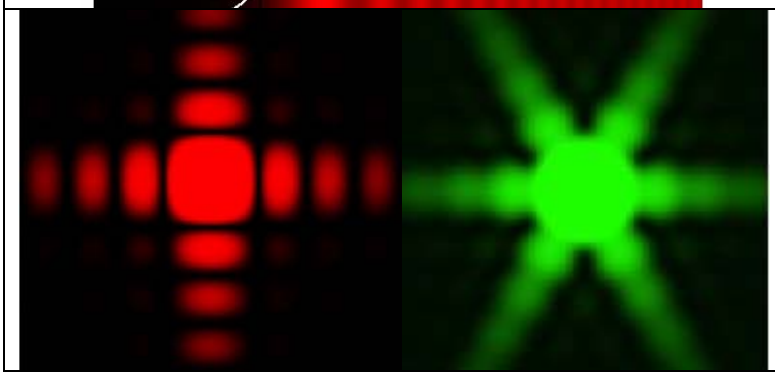
Deux exercices de TD seront consacrés au Fabry-Perot en tant que spectromètre : dans un cas le dispositif sera éclairé en lumière parallèle et sa longueur sera balayée, dans le second en lumière convergente et à épaisseur fixe. Dans ce dernier cas, on montrera comment la mesure de l'écart angulaire entre deux anneaux permet de remonter à l'écart en longueur d'onde. Un TP de seconde année est consacré au Fabry-Perot et se consacre à cette application.

Lorsque une onde électromagnétique rencontre un obstacle, il se produit un phénomène d'éparpillement des directions de propagation. C'est ainsi qu'il est possible par exemple d'écouter la radio même si l'émetteur est caché derrière une colline. Ce chapitre se propose d'étudier ce phénomène, appelé « diffraction ». Il joue un rôle primordial dans la formation des images, et par cela, dans la résolution des instruments d'optique.

CH. 8 – DIFFRACTION

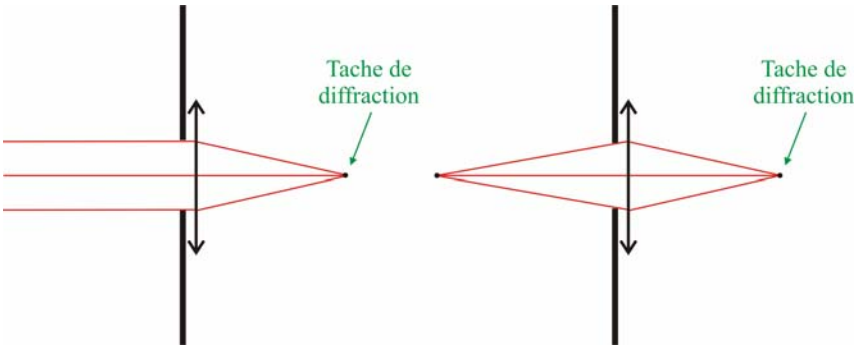
A. Le phénomène de diffraction

Lorsqu'une onde est limitée spatialement, il se produit un phénomène d'éparpillement des directions de propagation. Ce phénomène est d'autant plus marqué que l'objet diffractant est petit. Les photos ci-dessous illustrent ce phénomène pour divers obstacles matériels rencontrés par une onde incidente.

	Diffraction par une lame de rasoir
	Diffraction par un bord d'écran (le trait noir indique la limite de l'ombre géométrique)
	Diffraction à l'infini par une ouverture rectangulaire et une ouverture triangulaire

Les deux premières images correspondent à une observation à faible distance de l'objet diffractant. On parle de « diffraction de Fresnel ». Les deux dernières sont observées à l'infini. Seul ce dernier cas sera étudié dans ce chapitre et sera alors qualifié de **« diffraction à l'infini » ou « diffraction de Fraunhofer »**.

La figure de diffraction à l'infini peut être visualisée sur un écran en ramenant le phénomène à distance finie à l'aide d'une lentille convergente. Cependant, la « diffraction à l'infini » est bien plus générale que ce simple cas. Dans les deux cas présentés ci-dessous, la figure de diffraction sera celle à l'infini de la pupille représentée. Dans le premier cas, la lentille réalise la conjugaison infini-foyer. Dans le second cas, elle conjugue le point source et l'écran. Ainsi la figure de diffraction à l'infini joue un rôle essentiel puisque c'est elle qui intervient dans tous les systèmes d'imagerie optique où les dimensions des optiques sont nécessairement limitées.



B. Principe de Huygens-Fresnel

Le calcul de figure de diffraction repose sur le principe de Huygens-Fresnel. Huygens et Fresnel ont apporté chacun une contribution à ce principe. Ces deux contributions correspondent aux étapes du raisonnement permettant de calculer une figure de diffraction. Considérons une pupille diffractante Σ éclairée par une onde incidente.

- **Contribution de Huygens :** on remplace la pupille diffractante Σ par une infinité de sources secondaires d'amplitude proportionnelle à l'amplitude de l'onde incidente en ce point et à l'aire élémentaire de cette source et ayant pour phase la phase de l'onde parvenant au point considéré.

- **Contribution de Fresnel :** pour obtenir l'amplitude de l'onde diffractée en un point M quelconque, on fait interférer ces ondes secondaires en ce point M.

Les calculs de diffraction se ramènent ainsi à l'étude des **interférences entre une infinité de sources cohérentes réparties sur la pupille diffractante.** Le formalisme nous est donc connu.

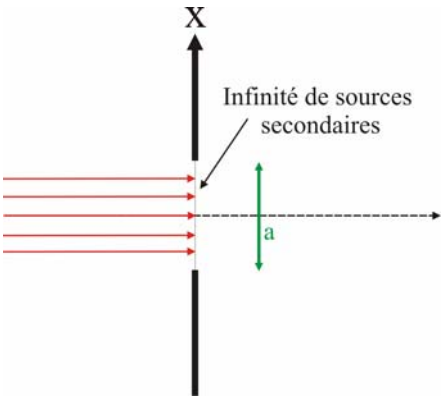
C. Diffraction par une pupille

Nous allons dans cette partie étudier les figures de diffraction à l'infini données par diverses formes de pupille diffractante.

1. Fente de largeur a

On considère une fente de longueur L très grande devant la largeur a. L'invariance par translation assure qu'il y aura diffraction uniquement dans la direction de la largeur. C'est en effet un résultat général de diffraction : **plus la structure diffractante est petite plus les**

angles de diffraction sont grands. Ainsi, la longueur étant très grande, les angles de diffraction suivant cette direction sont très faibles. Quelle est la figure de diffraction à l'infini ? Les étapes du raisonnement sont détaillées ci-dessous et reprennent le cheminement défini par le principe de Huygens-Fresnel.



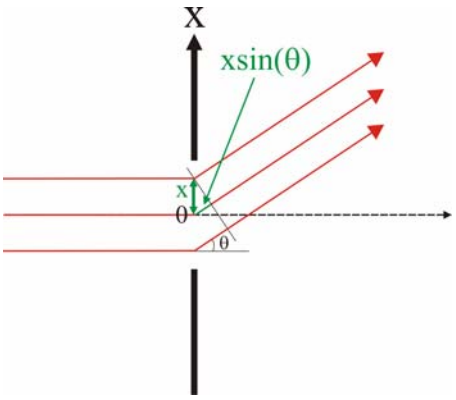
- **Découper la pupille diffractante en petits éléments de surface** (petite bande ici car invariance par translation):

$$dS = Ldx$$

- **Attribuer une amplitude à ces sources secondaires.** Chaque élément de surface constitue une source secondaire d'amplitude :

$$\underline{dA} = A_0 dS \exp(j\varphi_0)$$

où φ_0 est la phase de l'onde arrivant au point considéré. Dans notre cas, le terme de phase est uniformément nul car la pupille est éclairée par une onde plane parallèle à l'axe.



- **Faire interférer ces sources dans la direction θ.** On choisit par exemple l'origine des phases en 0. Le rayon issu de M(x) a alors pour phase : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} x \sin(\theta)$

Il s'agit d'interférences avec une infinité d'ondes puisque nous avons découpé la surface en une infinité de sources : la somme des amplitudes devient une intégrale.

$$\underline{A}(\theta) = \int_{\Sigma} \underline{dA} \exp(j\varphi) = \int_{-a/2}^{a/2} A_0 L \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda_0} x \sin(\theta) \right) dx$$

$$\underline{A}(\theta) == LA_0 \frac{\lambda_0}{2\pi j \sin(\theta)} \left[\exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{a}{2}\sin(\theta) \right) - \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{a}{2}\sin(\theta) \right) \right]$$

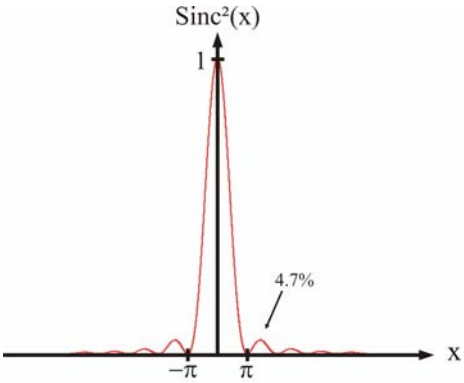
$$\underline{A}(\theta) = LA_0 \frac{\lambda_0}{\pi \sin(\theta)} \sin\left(\frac{\pi a}{\lambda_0}\sin(\theta) \right) = A_0.S.\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda_0}\sin(\theta) \right)}{\frac{\pi a}{\lambda_0}\sin(\theta)} = A_0.S.sinc\left(\frac{\pi a}{\lambda_0}\sin(\theta) \right)$$

On en déduit l'expression de l'intensité dans la direction θ, avec θ petit :

$$\boxed{I(\theta) = \underline{A}\underline{A}^* = I_0 sinc^2\left(\frac{\pi a \theta}{\lambda_0}\right)}$$

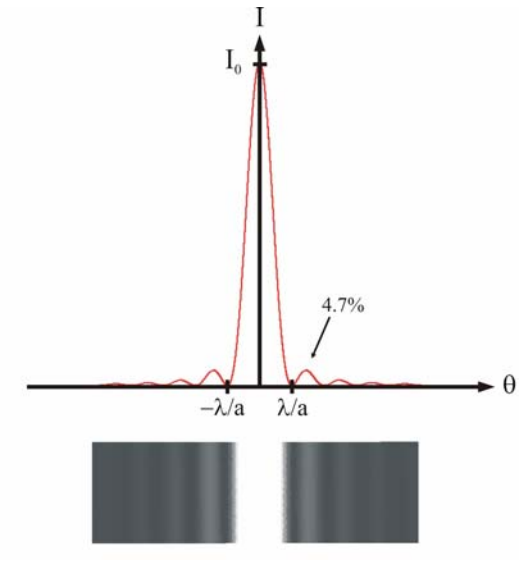
La fonction sinus cardinal : $sinc = \sin(x)/x$. Donnons quelques caractéristiques de cette fonction lorsqu'elle est élevée au carré:

- Maximum principal pour $x = 0$
- Minimums nuls pour $x = p\pi$ avec p entier
- Maximums secondaires pour $x = \tan x$ soit pour $x = 1.43\pi$ (4.7%), $x = 2.46\pi$ (1.7%),…



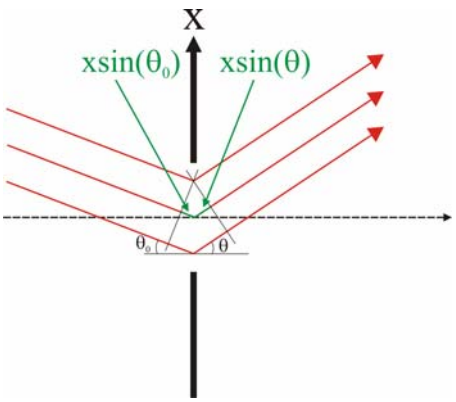
Dans le plan focal d'une lentille convergente, l'intensité diffractée s'écrit ($x = f'\theta$) :

$$\boxed{I(x) = I_0 sinc^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda_0 f'}\right)}$$



On obtient ainsi des franges de diffraction parallèles à la fente. La largeur à mi-hauteur de la frange centrale est égale à la valeur du premier zéro, soit λ/a (ou $\lambda f'/a$ sur l'écran). **Plus a est petit, plus cette frange est large**. La figure observée ainsi qu'une coupe sont représentées ci-contre (graduation en θ, à multiplier par f' pour passer à une graduation en x dans le plan focal).

Considérons le cas où l'onde plane incidente n'est pas sous incidence normale. Dans ce cas, le calcul est légèrement modifié car il faut tenir compte de la phase de l'onde incidente qui est différente suivant le point de la surface considéré.



- **Découper la pupille diffractante en petits éléments de surface** (petite bande ici car invariance par translation):

$$dS = Ldx$$

- **Attribuer une amplitude à ces sources secondaires.** Chaque élément de surface constitue une source secondaire d'amplitude :

$$\underline{dA} = A_0 dS \exp(j\varphi_0)$$

où φ_0 est la phase de l'onde arrivant au point considéré. La différence apparaît ici : la phase n'est plus uniforme sur la pupille. On choisit par exemple l'origine des phases en 0. On a alors : $\varphi_0 = -\frac{2\pi}{\lambda_0} x \sin(\theta_0)$ (Attention au signe opposé à celui utilisé dans la seconde étape : l'onde est ici en avance de phase alors qu'elle est en retard dans le second cas.)

- **Faire interférer ces sources dans la direction** θ. Le rayon issu de M(x) a alors pour phase : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} x \sin(\theta)$.

$$\underline{A}(\theta) = \int_{\Sigma} \underline{dA} \exp(j\varphi) = \int_{-a/2}^{a/2} A_0 L \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda_0} x(\sin(\theta) - \sin(\theta_0)) \right) dx$$

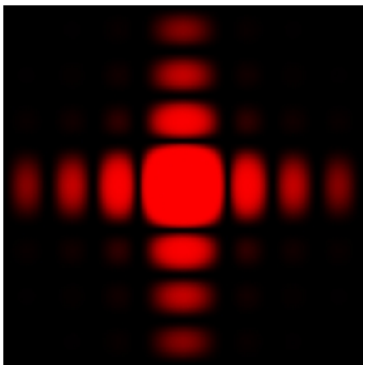
On en déduit l'expression de l'intensité dans la direction θ, avec θ petit :

$$\boxed{I(\theta) = AA^* = I_0 sinc^2\left(\frac{\pi a(\theta - \theta_0)}{\lambda_0} \right)}$$

On retrouve donc la même figure de diffraction que précédemment mais centrée en $\theta = \theta_0$, **c'est-à-dire dans la direction de l'optique géométrique**. Ce résultat est fondamental et très général : **la diffraction vient s'ajouter à l'optique géométrique**. Si l'image géométrique se déplace, la figure de diffraction la suit et garde la même forme.

2. Pupille rectangulaire

Dans le cas d'une pupille rectangulaire, il n'y a plus d'invariance par translation : le problème est bi-dimensionnel. Un calcul similaire au cas précédent conduit alors à l'expression de l'intensité diffractée qui est désormais fonction de deux angles α et β qui définissent la direction d'observation suivant les axes définis par les côtés de la pupille.



$$\boxed{I(\alpha, \beta) = I_0 sinc^2\left(\frac{\pi a \alpha}{\lambda_0} \right) sinc^2\left(\frac{\pi b \beta}{\lambda_0} \right)}$$

La figure ci-contre donne l'aspect de cette figure de diffraction dans le cas d'une ouverture carrée. La tâche centrale est entourée de tâches latérales moins lumineuses.

3. Pupille circulaire

Dans le cas d'une pupille circulaire, le calcul – qui repose sur les mêmes étapes que précédemment – est plus difficile et ne sera pas détaillé ici. Seul le résultat est à retenir. La figure de diffraction, de symétrie circulaire, est appelée **Figure d'Airy** (ci-dessous). Pour une pupille de diamètre D, le rayon angulaire de la tâche centrale s'écrit :

$$\boxed{\theta = \frac{1.22\lambda}{D}}$$

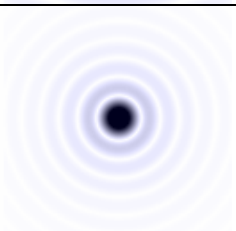
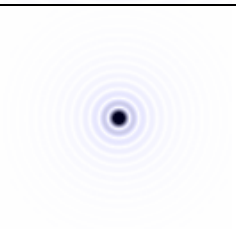
Dans le plan focal d'une lentille convergente de focale f', la tâche a donc pour rayon :

$$\boxed{r = f'\theta = \frac{1.22\lambda f'}{D}}$$

Le premier maximum secondaire atteint 1.7% du maximum principal. C'est donc légèrement inférieur au rebond observé dans le cas d'une ouverture rectangulaire.

D. Diffraction et Formation des images en optique instrumentale

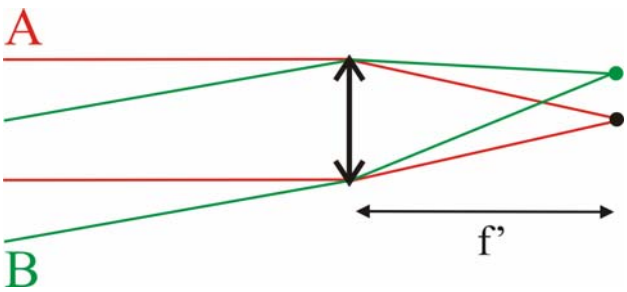
Comme il a été vu en introduction, la figure de diffraction à l'infini vient s'ajouter à l'image géométrique donnée par un système optique. Une lentille ou un miroir sont autant de diaphragmes circulaires : ils donnent d'un point objet non pas un point image mais une tâche de taille inversement proportionnelle au diamètre du système imageant. Cette dépendance est présentée dans le tableau suivant qui présente en fonction de la taille du miroir l'image d'une étoile (=source ponctuelle, l'image géométrique est donc ponctuelle) obtenue à l'aide d'un télescope.

Taille du Miroir	Image d'une étoile
	
	

Cette tâche limite l'aptitude d'un système optique à séparer les images de deux points très proches. On appelle **« Pouvoir Séparateur »** d'un instrument l'aptitude à séparer ces deux points. D'après le critère de Rayleigh, deux tâches de diffraction peuvent être séparées si le maximum principal de l'une correspond avec le premier minimum de l'autre. Considérons deux exemples.

- **Télescope**

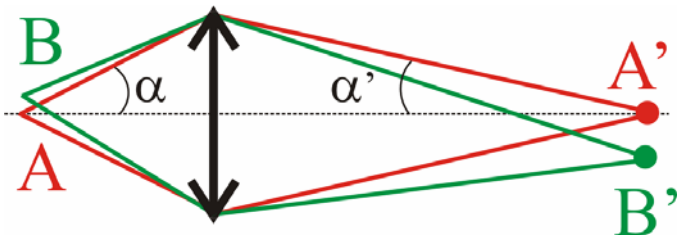
Un télescope fait l'image de deux étoiles A et B. Les deux tâches dans le plan focal image doivent être séparées d'au-moins la largeur de la tâche de diffraction. L'écart angulaire minimum entre les deux points sources, c'est-à-dire le pouvoir séparateur est ainsi :



$$\boxed{P.S. = \frac{1.22\lambda}{D}}$$

Pour un télescope de 1m de diamètre, le pouvoir séparateur est de 6.10^{-7} rad soit $0.12''$. Plus le diamètre du miroir est grand, plus le pouvoir séparateur augmente. C'est pour cette raison que les observatoires sont dotés de télescope de grande dimension (et aussi car cela permet de collecter plus de lumière).

- **Microscope**



Dans le cas d'un miscroscope, les deux points sources sont à distance finie. Quelle est la plus petite séparation entre ces deux points qu'il est possible de résoudre ?

On appelle ouverture numérique la grandeur :

$$\boxed{ON = n\sin(\alpha)}$$

où n est l'indice de l'espace objet. Cet indice peut être différent de 1 (microscope à immersion par exemple).

A' et B' seront séparables à condition qu'ils soient séparés d'au-moins la largeur de la tâche de diffraction :

$$\overline{A'B'} > \frac{1.22\lambda d_i}{D}$$

où $d_i = \overline{0A'}$. Or la condition d'Abbe s'écrit : $\overline{A'B'}.\sin(\alpha') = \overline{AB}.n\sin(\alpha)$

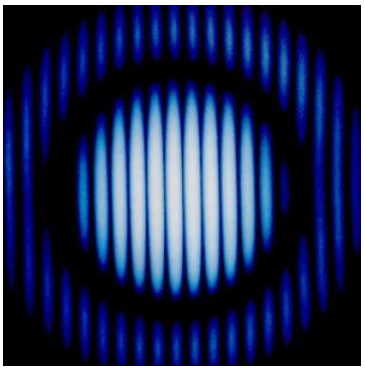
D'où on déduit : $\overline{AB} > \frac{1.22\lambda}{ON}\sin(\alpha')\frac{d_i}{D}$

Comme $\sin(\alpha') \approx \alpha' \approx \frac{D}{2d_i}$, on en déduit : $\boxed{\overline{AB} > \frac{0.61\lambda}{ON}}$

Ce cours a débuté par un exemple alors annoncé comme fil directeur des chapitres à venir : deux trous percés dans une feuille de canson noir permettent d'observer des franges d'interférence modulées par une figure en anneaux. Tous les éléments sont désormais à notre disposition pour expliquer la figure observée.

CH. 9 – RETOUR SUR L'EXEMPLE « FIL DIRECTEUR »

A. Rappel du « fil directeur »



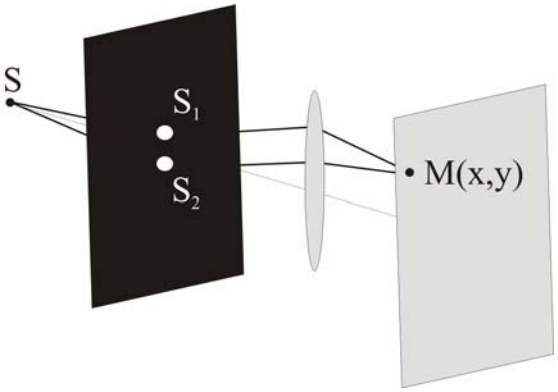
On découpe dans une feuille de canson noir un petit rectangle de 2x1cm. Deux trous sont percés à l'aide d'une seringue dont le diamètre est de l'ordre de 4 dixièmes de millimètre. L'écart entre les trous est de l'ordre du millimètre. Une source lumineuse (une lampe à vapeur de mercure par exemple, ou bien une petite ampoule halogène d'une lampe de bureau dont le réflecteur a été retiré) est placée à 6 ou 7 mètres.

➔ En plaçant le carton juste devant votre œil et en visant la source à travers la paire de trous, une figure similaire à celle représentée ci-contre apparaît: **des franges alternativement sombres et brillantes apparaissent modulées par une figure en anneaux**.

Ce cours avait pour but d'expliquer cette observation que l'optique géométrique ne permet pas d'appréhender. Elle se résume en deux expressions clés : les franges sont dites **« franges d'interférence »** et sont ici modulées par la **« figure de diffraction »** d'un trou.

Les chapitres précédents ont déjà étudiés ces phénomènes mais ils ont été considérés **indépendamment**. Deux trous « ponctuels » donnent des franges alternativement sombres et brillantes (chapitre 3). Un trou de diamètre fini donne une figure de diffraction en anneaux qui est appelée figure d'Airy (chapitre 8). **Ces deux phénomènes apparaissent ici simultanément** sur la même figure. Ce court chapitre a pour but de calculer cette figure d'interférence.

B. Calcul de la figure de diffraction



Le schéma ci-contre résume le problème. Les deux trous ont pour diamètre d et sont séparés de la distance a. La figure à l'infini est observée sur un écran à l'aide d'une lentille convergente (notre œil lorsque l'on réalise l'expérience précédente).

L'amplitude au point M(x,y) de l'écran donnée par le trou S_1 a été donnée au chapitre précédent (sans être écrite de

manière explicite). Sa distribution suit une figure d'Airy que l'on notera $Airy(x,y)$:

$$\underline{A}_1(x,y) = A_0.Airy(x,y).\exp(j\varphi_1)$$

L'amplitude au point M(x,y) donnée par le trou S_2 s'écrit de manière similaire :

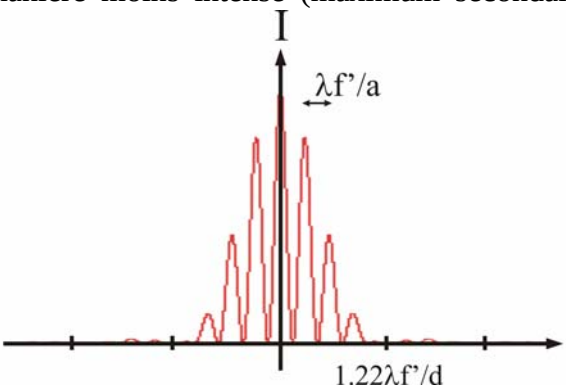
$$\underline{A}_2(x,y) = A_0.Airy(x,y).\exp(j\varphi_2)$$

Les termes φ_1 et φ_2 correspondent aux phases en M des ondes issues de S_1 et S_2. La différence de phase $\Delta\varphi$ est donc égale à celle déterminée au chapitre 3 pour les trous de Young.

L'intensité lumineuse en M s'écrit alors :

$$I \propto (\underline{A}_1(x,y) + \underline{A}_2(x,y)).(\underline{A}_1(x,y) + \underline{A}_2(x,y))^*$$

ce qui donne finalement :

$$\boxed{I(x,y) = Airy^2(x,y).2I_0\left(1+\cos(\Delta\varphi)\right)}$$

Cette expression apparaît ainsi comme le **produit de deux termes** : celui des trous de Young multiplié par la figure de diffraction d'un trou. On observe donc sur l'écran la figure d'interférence des trous de Young $2I_0\left(1+\cos(\Delta\varphi)\right)$ modulée par la figure de diffraction d'une pupille circulaire $Airy^2(x,y)$. La figure ci-contre donne l'intensité en fonction de la distance au centre de l'écran. Les franges sont peu affectées au centre où la figure d'Airy est maximale, puis leur intensité diminue jusqu'à s'annuler pour le premier zéro de la figure d'Airy avant de réapparaître mais de manière moins intense (maximum secondaire de la figure d'Airy)… Au-delà de ce premier maximum secondaire, l'intensité devient très faible et les franges sont très peu visibles pour les rebonds suivants. Lorsque le diamètre des trous tend vers zéro, la figure d'Airy devient très large : on retrouve alors la figure des trous de Young seule.